

2do material de estudio TRIGONOMETRÍA PRE 2024-1

Función arco seno

01. Dada la función f , definida por

$$f(x) = \sqrt{4 + \arcsen^2(x) - 5\arcsen(x)},$$

determine el dominio de la función f .

- A) $[-1; 1]$ B) $[-1; 0]$
C) $[-1; \arcsen(1)]$ D) $[0; \arcsen(1)]$
E) $[\arcsen(-1); \arcsen(1)]$

02. Dada la función f , definida por

$$f(x) = \arcsen\left(\frac{1}{x}\right) + \sqrt{4 - x^2},$$

determine el dominio de la función f .

- A) $|x| \geq 1$ B) $|x| \leq 2$
C) $1 \leq |x| \leq 2$ D) $1 \leq |x| \leq 3$
E) $2 \leq |x| \leq 3$

03. Dada la función f , definida por

$$f(x) = 3\arcsen(|\sec x|) + \frac{\pi}{2},$$

determine el rango de la función f .

- A) $\{\pi\}$ B) $\left\{\frac{3\pi}{2}\right\}$ C) $\{2\pi\}$
D) $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ E) $[\pi; 2\pi]$

04. Dada la función f , definida por

$$f(x) = \frac{12}{\pi} \arcsen(\sin^4(x) + \cos^4(x)) - 1,$$

determine el rango de la función f .

- A) $[1; 3]$ B) $[1; 4]$ C) $[1; 5]$
D) $[1; 6]$ E) $[2; 5]$

05. Dada la función f , definida por

$$f(x) = \arcsen\left(\sqrt{x + \frac{1}{2}}\right) + \arcsen\left(\sqrt{x - \frac{1}{2}}\right),$$

determine el rango de la función f .

- A) $\{0\}$ B) $\left\{\frac{\pi}{8}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$
D) $\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ E) $\{\pi\}$

06. Dada la función f , definida por

$$f(x) = \arcsen\left[\frac{|\sen(x)| + |\cos(x)|}{2}\right],$$

determine el rango de la función f .

- A) $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right]$ B) $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$
C) $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right]$ D) $[-\pi; \pi]$
E) $[0; \pi]$

Función arco coseno

07. Dada la función f , definida por

$$f(x) = \sqrt{3x - 4x^2} + \arccos\sqrt{2x - 1},$$

determine el dominio de la función f .

- A) $\left[\frac{1}{2}; \frac{4}{5}\right]$ B) $\left[0; \frac{3}{4}\right]$
C) $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right]$ D) $\left[\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right]$
E) $\left[\frac{3}{5}; \frac{3}{4}\right]$

08. Sea la función f , definida por

$$f(x) = \frac{2\pi}{\sin\left(2\arccos(2x) - \frac{2\pi}{3}\right)} + \frac{4\pi}{\cos\left(\frac{x}{2}\right)},$$

determine el dominio de la función f .

- A) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$
- B) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] - \left\{\frac{1}{4}\right\}$
- C) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] - \left\{\frac{1}{2}\right\}$
- D) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] - \left\{\frac{-\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right\}$
- E) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] - \left\{\frac{-\sqrt{3}}{4}; \frac{1}{4}\right\}$

09. Sea la función f , definida por

$$f(x) = \frac{|\arccos(x)| + \frac{2\pi}{3}}{\arccos(x) + \frac{\pi}{3}},$$

determine el rango de la función f .

- A) $\left[\frac{5}{4}; 2\right]$
- B) $[1; 2]$
- C) $\left[0; \frac{5}{4}\right]$
- D) $\left[-\frac{5}{4}; 2\right]$
- E) $[1; 3]$

10. Sea la función f , definida por

$$f(x) = 5\arccos\left[\frac{\cos(2x) - \sqrt{3}\sin(2x)}{4}\right],$$

determine el rango de la función f .

- A) $[0; \pi]$
- B) $\left[\frac{5\pi}{3}; \frac{8\pi}{3}\right]$
- C) $\left[\frac{5\pi}{3}; \frac{10\pi}{3}\right]$
- D) $\left[\frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right]$
- E) $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$

11. Sea la función f , definida por

$$f(x) = \frac{|\arccos(x)| - 2\pi}{|\arccos(x)| + \pi}$$

determine el rango de la función f .

- A) $\left\langle -2; -\frac{1}{2} \right\rangle$
- B) $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$
- C) $\left\langle -2; -\frac{1}{2} \right\rangle$
- D) $\langle -2; -1 \rangle$
- E) $\left[-2; -\frac{3}{2}\right]$

12. Sea la función f , definida por

$$f(x) = \sqrt{6\arcsen(x) + \arccos(x)},$$

determine el dominio de la función f .

- A) $\left[\frac{\sqrt{5}-1}{4}; 1\right]$
- B) $\left[\frac{\sqrt{5}+1}{4}; 1\right]$
- C) $\left[\frac{1-\sqrt{5}}{4}; 1\right]$
- D) $\left[1; \frac{\sqrt{5}-1}{4}\right]$
- E) $\left[-1; \frac{1-\sqrt{5}}{4}\right]$

13. Sea la función f , definida por

$$f(x) = \sin^{-1}\left(\frac{4x-5}{2}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{x-4}{3}\right)$$

determine el dominio de la función f .

- A) $\left[\frac{3}{4}; 1\right]$
- B) $\left[1; \frac{7}{4}\right]$
- C) $[1; 7]$
- D) $\left[\frac{3}{4}; \frac{7}{4}\right]$
- E) $\left[\frac{7}{4}; 7\right]$

14. Sea la función f , definida por

$$f(x) = 2\arccos(x) + 3\arcsen(x) - 4\arccos\left(\frac{x}{2}\right),$$

determine el rango de la función f .

- A) $\left[-\frac{13\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$
 B) $\left[-\frac{11\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$
 C) $\left[-\frac{7\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$
 D) $\left[-\frac{13\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right]$
 E) $\left[-\frac{5\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\right]$

Función arco tangente

15. Sea la función f , definida por

$$f(x) = 5\sqrt{3}\arctan\left[\frac{\sqrt{5x-3x^2}}{x^2+\pi}\right] + \frac{\pi}{12},$$

determine el dominio de la función f .

- A) $[0; 1]$ B) $\left[0; \frac{5}{3}\right]$
 C) $\left[1; \frac{3}{2}\right]$ D) $\left\langle 1; \frac{5}{3} \right\rangle$
 E) $\left\langle 0; \frac{5}{3} \right\rangle$

16. Sea la función f , definida por

$$f(x) = \sqrt{|\arctan(x)| - \left|\pi\sqrt{3}\frac{x}{9}\right|}$$

determine el dominio de f .

- A) $[-2; 2]$ B) $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$
 C) $[-2; 0]$ D) $[0; 2]$
 E) $[-3; 3]$

17. Sea la función f , definida por

$$f(x) = 2\arctan(x) + \frac{\pi}{6}, \forall x \in [-1; \sqrt{3}],$$

determine el rango de la función f .

- A) $[0; \pi]$ B) $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]$
 C) $\left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6} \right\rangle$ D) $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}\right]$
 E) $\left\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3} \right\rangle$

18. Sea la función f , definida por

$$f(x) = \arctan\left[\frac{\sen(5x) - \sqrt{3}\cos(5x)}{2}\right]$$

determine el rango de la función f .

- A) $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}\right]$ B) $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$
 C) $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ D) $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$
 E) $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$

19. Sea la función f , definida por

$$f(x) = \sqrt{\arctan(x) - \frac{\pi}{4} + \arcsen(x)},$$

determine el rango de la función f .

- A) $\left\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right\rangle$ B) $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$
 C) $\left\langle -\frac{\pi}{2}; 0 \right\rangle$ D) $\left\langle -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right\rangle$
 E) $\left[0; \sqrt{\frac{\pi}{2}}\right]$

20. Sea la función f , definida por

$f(x) = \arcsen(x) - \arccos(x) + \arctan(x)$,
determine el rango de la función f , y luego
calcule el valor de $(f_{\max} + f_{\min})$.

- A) $-\pi$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) 0
D) $\frac{\pi}{4}$ E) 2π

21. Dada la función f , definida por

$f(x) = |\arccos(x)| + \arcsen(x) + |\arctan(x)|$,
determine el rango de la función f .

- A) $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ B) $\left\langle \frac{\pi}{2}; \pi \right\rangle$
C) $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right]$ D) $\left\langle \frac{\pi}{2}; \pi \right\rangle$
E) $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right)$

22. Dada la función f , definida por

$f(x) = \sqrt{2\arctan\left(\frac{x}{6}\right) - \frac{\pi}{2}} + \sqrt{2\arcsen\left(\frac{x}{8}\right) - \frac{\pi}{3}}$,
determine el dominio de la función f .

- A) $[6; +\infty)$ B) $[6; 8]$ C) $[4; 8]$
D) $[2; 8]$ E) $[2; 6]$

23. Dada la función f , definida por

$f(x) = \arccos\left(\frac{2x-1}{5}\right) + \frac{2}{\pi} \arctan(\sqrt{x-2} + 1)$,
determine el dominio de la función f .

- A) $[1; 2]$ B) $[2; 3]$ C) $\left[2; \frac{3}{2}\right]$
D) $\left[\frac{3}{2}; 2\right]$ E) $\left[2; \frac{7}{3}\right]$

Función arco cotangente

24. Dada la función f , definida por

$$f(x) = \frac{\sqrt[4]{3 \arccot(x) - \pi} + \pi}{\sqrt[6]{5\pi - 6 \arccot(x)}},$$

determine el dominio de la función f .

- A) $\left[-\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$ B) $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}; \sqrt{3}\right]$
C) $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ D) $\left\langle -\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3} \right\rangle$
E) $[-\sqrt{3}; 1]$

25. Dada la función f , definida por

$$f(x) = 2 \arccot(3x - 1) - \frac{\pi}{3},$$

determine el rango de la función de f .

- A) $\left\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3} \right\rangle$ B) $\left\langle -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3} \right\rangle$
C) $\left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\rangle$ D) $\left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6} \right\rangle$
E) $\left\langle 0; \frac{\pi}{3} \right\rangle$

26. Dada la función f , definida por

$$f(x) = \arccot\left(\frac{|x|}{|x|^2 + 2}\right),$$

determine el rango de la función f .

- A) $\left[\arccot(\sqrt{2}); \frac{\pi}{2}\right]$
B) $\left[\arccot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right); \frac{\pi}{2}\right)$
C) $\left[\arccot\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right); \frac{\pi}{2}\right]$

D) $\left[\operatorname{arccot}\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right); \frac{\pi}{2} \right)$

E) $\left[\operatorname{arccot}\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right); \frac{\pi}{4} \right)$

27. Sea la función f , definida por

$$f(x) = \operatorname{arccot}(\sqrt{2}\sin(x) + \cos(x))$$

determine $\operatorname{Dom}(f) \cap \operatorname{Ran}(f)$

A) $\langle 0; \pi \rangle$ B) $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right]$

C) $\left\langle \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right\rangle$ D) $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right)$

E) $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right]$

28. Sea la función f , definida por

$$f(x) = 3\arctan(\sqrt{x^2 - x - 2}) + 2\operatorname{arccot}(\sqrt{x + 3}),$$

determine el dominio de la función f .

A) $[-3; -1] \cup [2; +\infty)$

B) $[-2; -1] \cup [2; +\infty)$

C) $[-2; 0] \cup [3; +\infty)$

D) $[-2; 0] \cup [4; +\infty)$

E) $[-3; 0] \cup [4; +\infty)$

29. Dada la función f , definida por:

$$f(x) = \sqrt{|\arctan(x)| - 2|\operatorname{arccot}(x)|}$$

determine el dominio de la función f .

A) $\langle -\infty; \sqrt{3} \rangle$

B) $\langle \infty; \sqrt{3} \rangle$

C) $[\sqrt{3}; +\infty)$

D) $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$

E) $[1; \sqrt{3}]$

30. Dada la función f , definida por

$$f(x) = \operatorname{arccot}(\cot(x)) + \operatorname{arccot}(\cot(2x))$$

determine el rango de la función f .

A) $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle$

B) $\langle 0; \pi \rangle$

C) $\left\langle 0; \frac{3\pi}{2} \right\rangle$

D) $\langle 0; 2\pi \rangle$

E) $\left\langle 0; \frac{5\pi}{2} \right\rangle$

Función arco secante

31. Sea la función f , definida por

$$f(x) = 5\operatorname{arcsec}\left(\frac{x}{3} - 2\right) - \frac{9\pi}{4},$$

determine $\operatorname{Dominio}(f) \cap \operatorname{Rango}(f)$.

A) $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{6}\right]$

B) $\left[-\frac{9\pi}{4}; 3\right] - \left\{\frac{\pi}{4}\right\}$

C) $\left[-\frac{\pi}{3}; 1\right] - \{0\}$

D) $\left[-1; \frac{\pi}{2}\right] - \{0\}$

E) $[0; 1] - \left\{\frac{\pi}{4}\right\}$

32. Dada la función f , definida por

$$f(x) = \arccos(x) + \arctan(x) - \operatorname{arcsec}(x),$$

determine el rango de la función f .

A) $\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$

B) $\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

C) $\left\{\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right\}$

D) $\left\{-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right\}$

E) $\left\{\frac{3\pi}{4}\right\}$

33. Dada la función f , definida por

$$f(x) = \operatorname{arcsec}(\sqrt{1 - 2\cos(x)} + \sqrt{1 + 2\cos(x)}),$$

determine el rango de la función f .

- A) $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right]$ B) $\left[\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{3}\right]$
 C) $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{12}\right]$ D) $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{12}\right]$
 E) $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right]$

34. Dada la función f , definida por

$$f(x) = \operatorname{arcsec}\left(\frac{x^2 + 1}{x}\right), \quad \text{determine el rango de la función } f.$$

- A) $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$
 B) $\left\langle 0; \frac{\pi}{3} \right\rangle \cup \left[\frac{2\pi}{3}; \pi \right]$
 C) $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$
 D) $\left[0; \frac{\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{2\pi}{3}; \pi\right]$
 E) $\left[0; \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6}; \pi\right]$

35. Dada la función f , definida por

$$f(x) = \operatorname{arcsec}\left(\frac{\tan(x) + \cot(x)}{2}\right),$$

determine el rango de la función f .

- A) $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle$
 B) $\left[0; \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

C) $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle \cup \left\langle \frac{\pi}{2}; \pi \right\rangle$

D) $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right] \cup \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

E) $\langle 0; \pi \rangle$

36. Dada la función f , definida por

$$f(x) = \operatorname{arcsec}(x) + \arctan(\sqrt{3}x) + \arccos(x),$$

determine el rango de la función f .

- A) $\left\{\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right\}$ B) $\left\{\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$
 D) $\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right\}$ E) $\left\{\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right\}$

37. Dada la función f , definida por $f(x) = \operatorname{arcsec}(\sin(x) + \cos(x))$, si el rango de la función f es de la forma $[a; b] \cup [c; d]$ donde $a < b < c < d$.

Calcule el valor de $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} - 1$.

- A) -2 B) -1 C) 0
 D) 1 E) 2

38. Dada la función f , definida por

$$f(x) = |\sec^{-1}|x|| + |\tan^{-1}(x)|,$$

determine el rango de la función f .

- A) $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$ B) $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right]$
 C) $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$ D) $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}\right]$
 E) $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

Función arco cosecante

39. Dada la función f , definida por
 $f(x) = \operatorname{arccsc}[\sin^6(x) + \cos^6(x)]; \forall x \in \mathbb{Z}$,
 determine el dominio de la función f .

- A) $\left\{(4k+1)\frac{\pi}{4}\right\}$ B) $\left\{(2k+1)\frac{\pi}{4}\right\}$
 C) $\{k\pi\}$ D) $\left\{\frac{k\pi}{2}\right\}$
 E) $\left\{(4k-1)\frac{\pi}{4}\right\}$

40. Dada la función f , definida por
 $f(x) = \frac{1}{\sec^{-1}(x) - \cos^{-1}(x)} + \frac{1}{\csc^{-1}(x) - \sin^{-1}(x)}$
 determine el dominio de la función f .

- A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ C) $\mathbb{R} - \{0\}$
 D) $[-1; 1] - \{0\}$ E) $\emptyset$

41. Dada la función f , definida por
 $f(x) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \csc^{-1}\left(\frac{5}{x^2 - 4}\right)$,
 determine el dominio de la función f .

- A) $[-3; 3]$ B) $[-3; 3] - \{2; -2\}$
 C) $\langle -1; 1 \rangle$ D) $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$
 E) $\mathbb{R} - \langle -3; 3 \rangle$

42. Dada la función f , definida por
 $f(x) = \sqrt{\sec^{-1}(x) - \csc^{-1}(x)} + \sqrt{\tan^{-1}(x)}$,
 determine el dominio de la función f .

- A) $[\sqrt{3}; +\infty)$ B) $[2\sqrt{2}; +\infty)$

- C) $[\sqrt{2}; +\infty)$ D) $[2; +\infty)$
 E) $[1; +\infty)$

43. Dada la función f , definida por
 $f(x) = \arccos\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) + \sqrt{\operatorname{arccsc}(|x|) - \operatorname{arccsc}(|x|)}$,
 determine el rango de la función f .

- A) $\{0\}$ B) $\{0, 1\}$ C) $\{1\}$
 D) $\{\sqrt{2}\}$ E) $\{0; \pi\}$

44. Sea la función f , definida por
 $f(x) = \sqrt{\frac{\operatorname{arccsc}(\sqrt{x})}{|\operatorname{arccsc}(\sqrt{x})|} - 1}$
 determine el dominio de la función f .

- A) $[0; 1]$ B) $[1; \sqrt{2}]$ C) $[0; \sqrt{2}]$
 D) $[1; 2]$ E) $[\sqrt{2}; 2]$

Propiedades de las F. T. Inversas

45. Calcule el valor de
 $\sin\left[\arcsen\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) + \arcsen\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)\right]$

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$
 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

46. Calcule el valor de
 $\frac{1}{4} \cos^2\left[\frac{1}{4} \cos^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)\right] - \frac{1}{8}$

- A) $\frac{\sqrt{10}}{16}$ B) $\frac{\sqrt{10}}{24}$ C) $\frac{\sqrt{10}}{32}$
 D) $\frac{\sqrt{10}}{40}$ E) $\frac{\sqrt{10}}{48}$

47. Determine el valor del arco

$$\theta = \arccos\left(\frac{4\sqrt{2}}{6}\right) - \frac{1}{2}\arcsen\left(\frac{4\sqrt{2}}{9}\right)$$

- A) $\frac{3\pi}{4}$ B) $\frac{5\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{2}$
D) $\frac{3\pi}{8}$ E) $\frac{\pi}{4}$

48. Calcule el valor de

$$\cot\left(\arcsen\left(\cos\left(\arctan\left(\frac{2}{3}\right)\right)\right)\right)$$

- A) $\frac{\sqrt{13}}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ E) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

49. Calcule el valor de

$$\begin{aligned} &\sin\left(\arcsen\left(\frac{1}{4}\right) + \arccos\left(\frac{1}{5}\right)\right) \\ &+ \sin\left(\arcsen\left(\frac{1}{4}\right) - \arccos\left(\frac{1}{5}\right)\right) \end{aligned}$$

- A) $\frac{1}{20}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{5}$
D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

50. Calcule el valor de

$$\frac{\sec^2(\operatorname{arccsc}(3)) + \csc^2(\operatorname{arcsec}(3))}{\arctan\left(\frac{5}{12}\right) + \operatorname{arcsec}\left(\frac{13}{5}\right)}$$

- A) $\frac{9}{2\pi}$ B) $\frac{11}{\pi}$ C) $\frac{13}{2\pi}$
D) $\frac{15}{\pi}$ E) $\frac{17}{2\pi}$

51. Calcule el valor de

$$\frac{1 + \arcsen(\sin(2)) + \arcsen(\sin(3))}{\arccos(\cos(4))}$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2
D) 4 E) 8

52. Calcule el valor de

$$\frac{[\sum_{\theta=1}^6 \arcsen(\sin(\theta))] + 19}{[\sum_{\alpha=2}^4 \arccos(\cos(\alpha))] - 1}$$

Considere: $\pi \approx 22/7$

- A) $-\frac{7}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 3
D) $\frac{9}{2}$ E) 5

53. Calcule el valor de

$$\begin{aligned} &\operatorname{arccsc}\left(\frac{\tan(4) + \cot(4)}{2}\right) \\ &- 3 \operatorname{arccsc}(\tan(2) + \cot(4)) \end{aligned}$$

- A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 12

54. Señale verdadero (V) o falso (F), según corresponda en cada caso:

I. $\arccos(\cos(6)) + 2\arccos(\cos(3)) = 2\pi$

II. $\frac{\arcsen(\sin(8))}{\arcsen(\sin(4))} = 2$

III. $\arctan(\tan(x)) = x - 3\pi; \forall x \in \left\langle 3\pi; \frac{7\pi}{2} \right\rangle$

- A) VVV B) VVF C) FVV
D) FVF E) VFV

55. Simplifique la expresión

$$\frac{\tan[5\arcsen(x) + 6\arccos(x)]}{\tan[3\arcsen(x) + 2\arccos(x)]}$$

- A) 0 B) -1 C) -2
D) -3 E) -4

56. Calcule el valor de

$$\arccos[\cos(-3)] + \arcsen[\sen(-3)] + \arccos[\cos(-4)]$$

- A) -4 B) -3 C) $\pi - 4$
D) $\pi + 2$ E) $\pi - 2$

57. Calcule el valor de

$$\tan\left(\frac{6 - \operatorname{arccsc}(\csc(6))}{2\pi + \operatorname{arccot}(\cot(8))}\right) + 1$$

- A) -1 B) 0 C) 1
D) 2 E) 3

58. Si $\arcsen(x) + \arcsen(y) = \frac{\pi}{4}$, simplifique $2x^2 - 1 + 2y\sqrt{1 - y^2}$.

- A) -2 B) -1 C) 0
D) 1 E) 2

59. Calcule el valor de

$$\tan\left[\arctan\left(\frac{1}{3}\right) + \arctan\left(\frac{1}{9}\right) + \arctan\left(\frac{1}{27}\right)\right]$$

- A) $\frac{27}{53}$ B) $\frac{31}{55}$ C) $\frac{33}{59}$
D) $\frac{35}{69}$ E) $\frac{41}{72}$

60. Resuelva la ecuación

$$\arcsen\left(\frac{1}{3}\right) + \arccos\left(\frac{4 + \sqrt{2}}{6}\right) = \frac{3}{2}\arcsen(\sqrt{x})$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

61. Si

$$x = \operatorname{arccot}(\sqrt{\sec(\theta)}) - \arctan(\sqrt{\sec(\theta)})$$

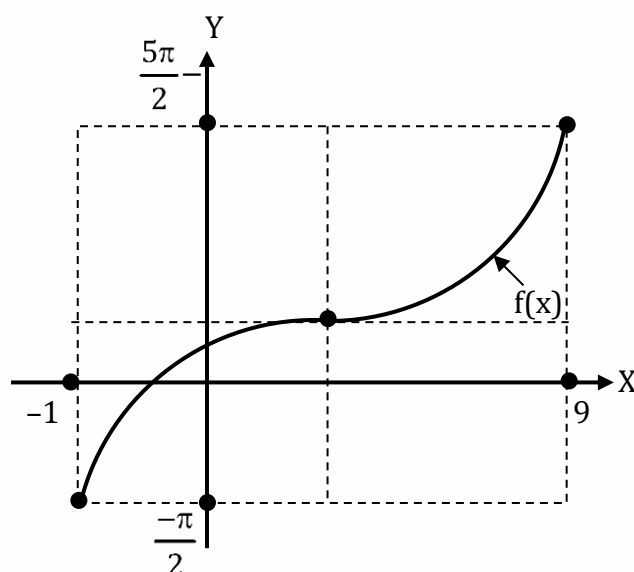
$\theta \in \mathbb{IC}$, determine el valor de $\csc(x)$.

- A) $\tan^2(\theta)$ B) $\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$
C) $\cot^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$ D) $-\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$
E) $-\cot^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$

Gráficas de F. T. inversas generalizadas

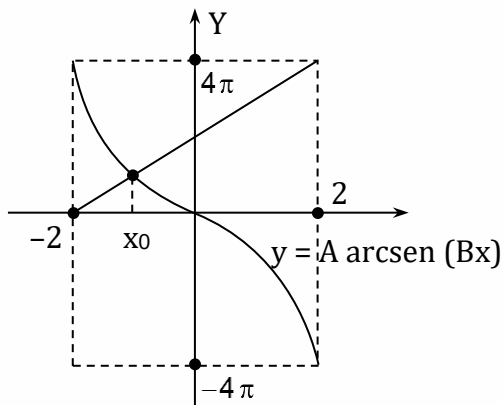
62. En la gráfica mostrada, la regla de correspondencia de la curva es

$$f(x) = A \cdot \arcsen(Bx + C) + D, \text{ determine el valor de } \frac{(A + B + C)\pi}{D}.$$



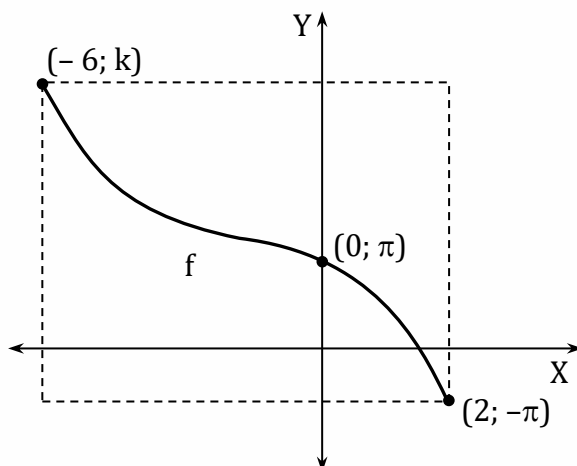
- A) 2 B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{16}{5}$
D) 4 E) $\frac{22}{5}$

63. De la gráfica mostrada, calcule el valor de $\frac{(2+x_0)\pi}{\arcsen\left(\frac{x_0}{2}\right)}$.



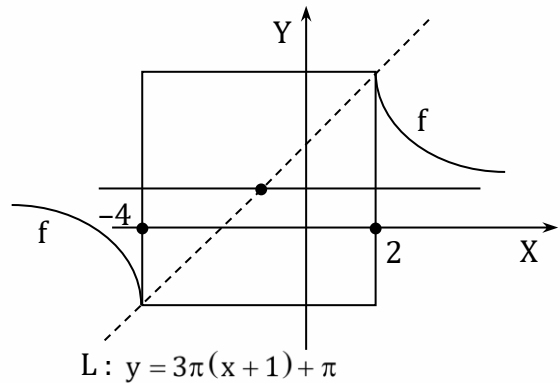
- A) -8 B) -4 C) 0
D) 4 E) 8

64. Dada la gráfica de la función f definida por $f(x) = A \arccos(Bx + C) + D$, ($B > 0$), calcule el valor de A .



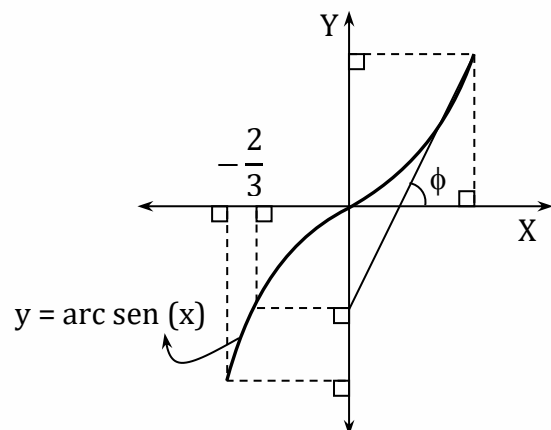
- A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

65. La gráfica corresponde a la función $f(x) = A \operatorname{arccsc}(Bx + C) + D$. Calcule el valor de $f(5)$.



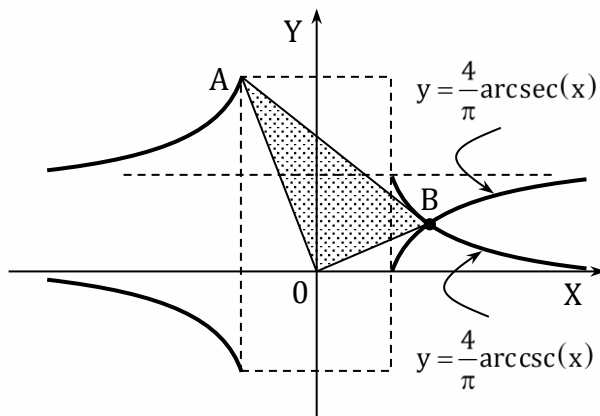
- A) π B) 2π C) 3π
D) 4π E) 5π

66. De acuerdo al gráfico mostrado, calcule el valor de $\cos(\tan(\phi))$.



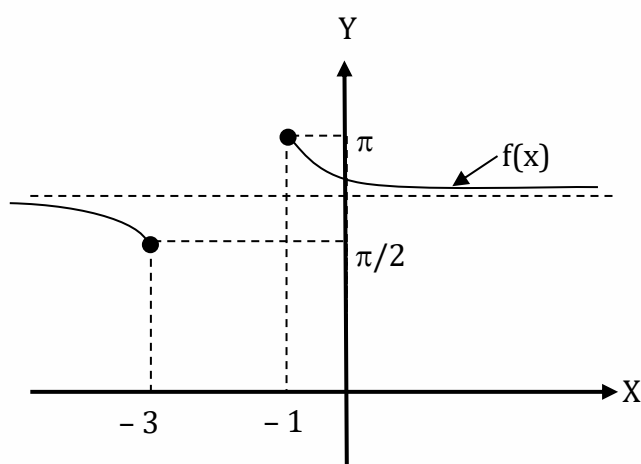
- A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{2}{3}$ E) 1

67. Del gráfico mostrado, calcule el área de la región sombreada (en u^2). Sabiendo que B es punto de intersección entre las gráficas de las funciones inversas.



- A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$
C) $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$ D) $\frac{4\sqrt{2}-1}{2}$
E) $\frac{4\sqrt{2}+1}{2}$

68. La gráfica mostrada tiene la siguiente regla de correspondencia
 $f(x) = A \cdot \text{arccsc}(Bx + C) + D$, ($B > 0$), calcule el valor de $A \cdot C - B + D$.



- A) 1 B) 2 C) 3
D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

Ecuaciones trigonométricas

69. Resuelva la ecuación

$$\sin\left(7x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

- A) $\left\{ \frac{k\pi}{7} + (-1)^k \left(-\frac{\pi}{21} \right) + \frac{\pi}{21} \right\}$
B) $\left\{ \frac{k\pi}{5} + (-1)^k \left(\frac{\pi}{21} \right) - \frac{\pi}{21} \right\}$
C) $\left\{ \frac{k\pi}{7} + (-1)^k \left(-\frac{\pi}{21} \right) \right\}$
D) $\left\{ \frac{k\pi}{7} + (-1)^k \left(-\frac{\pi}{21} \right) - \frac{\pi}{3} \right\}$
E) $\left\{ \frac{k\pi}{7} + (-1)^k \left(-\frac{\pi}{21} \right) + \frac{7\pi}{5} \right\}$

70. Resuelva la siguiente ecuación

$$8 \sin^4(x) + 5 \cos(2x) - \cos(4x) - 3 = 0.$$

si $x \in [0; \pi]$, luego calcule la suma de las soluciones de la ecuación.

- A) π B) 2π C) 3π
D) 4π E) 5π

71. Resuelva la siguiente ecuación

$$2\sin^3(x) - \sqrt{3} \sin^2(x) = 2\sin(x) - \sqrt{3}$$

y luego calcule el número de soluciones en $\langle 0; \pi \rangle$.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

72. Resuelva la siguiente ecuación

$$2\cos\left(\frac{x}{3}\right) + \sin\left(\frac{x}{2}\right) = 2; \text{ si } x \in \langle 0; 5\pi \rangle$$

y luego calcule la suma de las soluciones.

- A) π B) 4π C) 5π
D) 6π E) 8π

73. Al resolver la siguiente ecuación

$$\cos^2(3x) + \cos(3x) \cos(x) = \frac{1}{2}; \forall x \in \langle 0; \frac{\pi}{2} \rangle,$$

cuántas soluciones se obtienen.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

74. Al resolver la siguiente ecuación

$$1 + \cos(6x) + \cos(4x) + \cos(2x) = 0,$$

cuántas soluciones en $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ se obtienen.

- A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

75. Resuelva la siguiente ecuación

$$\sin(6x) + \sin(2x) = \frac{1}{2\cot(4x)}$$

y luego indique cuál es la menor solución positiva.

- A) 18° B) 30° C) 36°
D) 60° E) 75°

76. Resuelva la siguiente ecuación

$$\sin(18x) + \sin(10x) + 2\sqrt{3}\sin^2(2x) = \sqrt{3}$$

y luego indique un conjunto solución ($\forall k \in \mathbb{Z}$).

- A) $\left\{(2k+1)\frac{\pi}{6}\right\}$
B) $\left\{(2k+1)\frac{\pi}{12}\right\}$

C) $\left\{\frac{k\pi}{42} + (-1)^k \frac{\pi}{14}\right\}$

D) $\left\{\frac{k\pi}{14} + (-1)^k \frac{\pi}{42}\right\}$

E) $\left\{k\pi \pm \frac{\pi}{2}\right\}$

77. Para la siguiente ecuación trigonométrica $1 + \cos(12x) = 2\cos(8x)$, determine la menor solución positiva.

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{5}$ C) $\frac{\pi}{8}$
D) $\frac{\pi}{16}$ E) $\frac{\pi}{24}$

78. Al resolver la siguiente ecuación $\tan(x) - \sqrt{3}\cot(x) + 1 - \sqrt{3} = 0$, $\forall k \in \mathbb{Z}$, un conjunto solución es.

- A) $\left\{k\pi - \frac{\pi}{4}\right\}$ B) $\left\{k\pi + \frac{\pi}{4}\right\}$
C) $\left\{2k\pi \pm \frac{\pi}{4}\right\}$ D) $\left\{2k\pi + \frac{\pi}{4}\right\}$
E) $\left\{\frac{k\pi}{2}\right\}$

79. Resuelva la siguiente ecuación

$$(1 + \sin(W))(1 + \cos(W)) = \frac{1}{2}$$

y luego calcule la diferencia entre las dos primeras soluciones positivas.

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{5\pi}{6}$
D) π E) $\frac{5\pi}{4}$

80. Resuelva la siguiente ecuación

$\sin^{-1}(x) = \tan^{-1}(2x)$, y obtenga como respuesta la suma de las soluciones.

- A) $-\sqrt{3}$ B) -1 C) 0
D) 1 E) $\sqrt{3}$

81. Resuelva la siguiente ecuación

$$\left(\frac{1}{2}\right) \cos^{-1} \sqrt{x} + \left(\frac{1}{4}\right) \sin^{-1} \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\pi}{8}$$

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{3}{8}$
D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{7}{8}$

82. Para la siguiente ecuación

$2 \sec(2x) = \sqrt{\frac{8\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}}$, calcule el menor valor positivo de x que satisface la ecuación.

- A) $\frac{\pi}{24}$ B) $\frac{\pi}{20}$
C) $\frac{\pi}{18}$ D) $\frac{\pi}{16}$
E) $\frac{\pi}{10}$

83. Resuelva la siguiente ecuación

$$6\sin(x) - 8\sin^3(x) - \sin^3\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0, \forall k \in \mathbb{Z}$$

- A) $\left\{\frac{k\pi}{6} + \frac{\pi}{18}\right\}$ B) $\left\{\frac{k\pi}{3} - (-1)^k \frac{\pi}{18}\right\}$
C) $\left\{\frac{k\pi}{6} - \frac{\pi}{18}\right\}$
D) $\left\{\frac{k\pi}{3} - (-1)^k \frac{\pi}{18}\right\}$ E) $\left\{\frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{18}\right\}$

Sistema de ecuaciones trigonométricas

84. Resuelva el sistema

$$\begin{cases} x - y = \pi \\ \sin(x) - \sin(y) = 2; \forall k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

- A) $\left\{x = k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}$ B) $\left\{x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}\right\}$
 $\left\{y = k\pi - \frac{\pi}{2}\right\}$ $\left\{y = 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}$
C) $\left\{x = k\pi - \frac{\pi}{2}\right\}$ D) $\left\{x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}$
 $\left\{y = k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}$ $\left\{y = 2k\pi - \frac{\pi}{2}\right\}$
E) $\left\{x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}\right\}$
 $\left\{y = \frac{\pi}{6} - 2k\pi\right\}$

85. Resuelva el sistema para α

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{\pi}{12} \\ \cos^2(\alpha) - \sin^2(\beta) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{8}; \forall k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

- A) $\left\{k\pi \pm \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{24}\right\}$
B) $\left\{k\pi \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{12}\right\}$
C) $\left\{k\pi \pm \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{12}\right\}$
D) $\left\{k\pi \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{24}\right\}$
E) $\left\{k\pi \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{36}\right\}$

86. Resuelva el sistema

$$2\sin(x) + \sqrt{2}\cos(y) = 2$$

$$\sqrt{3}\cos(x) + 2\sin^2(y) = \frac{5}{2};$$

$$x, y \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

y calcule el valor de $3x + 2y$.

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{2\pi}{3}$
D) π E) $\frac{4\pi}{3}$

87. Resuelva el sistema

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3} \\ \sin(x) - \sin(y) = \sqrt{3}; \forall k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

luego indique la solución general para x.

- A) $\left\{2(2k+2)\frac{\pi}{3}\right\}$ B) $\left\{2(3k+1)\frac{\pi}{6}\right\}$
C) $\left\{2\left(3k+\frac{\pi}{3}\right)\right\}$ D) $\left\{3(2k+1)\frac{\pi}{3}\right\}$
E) $\left\{2(3k+1)\frac{\pi}{3}\right\}$

88. Resuelva el sistema para y

$$\begin{cases} x + 2y = \frac{\pi}{2} \\ 2\sin(x) - \sin(y) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

indique un conjunto solución $\forall k \in \mathbb{Z}$.

- A) $\left\{\frac{k\pi}{3} + (-1)^k \frac{\pi}{12}\right\}$ B) $\left\{\frac{k\pi}{3} + (-1)^k \frac{\pi}{9}\right\}$

C) $\left\{\frac{k\pi}{2} + (-1)^k \frac{\pi}{6}\right\}$ D) $\left\{k\pi + (-1)^k \frac{\pi}{6}\right\}$

E) $\left\{k\pi + (-1)^k \frac{\pi}{3}\right\}$

89. Resuelva el sistema

$$\begin{cases} \tan(y) = 2\tan(x) \\ \tan(x-y) = \tan(2x), \end{cases}$$

luego determine el conjunto solución de x, $\forall k \in \mathbb{Z}$

- A) $\left\{k\pi + \frac{\pi}{4}\right\}$ B) $\left\{(2k+1)\frac{\pi}{4}\right\}$
C) $\{k\pi\}$ D) $\{2k\pi\}$
E) ϕ

90. Resuelva el sistema para y

$$x - y = \frac{\pi}{2}$$

$$5\cos(y) - 3\cos(2x) = 1, \forall n \in \mathbb{Z}$$

- A) $\left\{2\pi n \pm \frac{2\pi}{3}\right\}$ B) $\left\{2\pi n \pm \frac{\pi}{3}\right\}$
C) $\left\{\pi n + (-1)^n \frac{\pi}{3}\right\}$ D) $\left\{2\pi n \pm \frac{\pi}{6}\right\}$
E) $\left\{\pi n + (-1)^n \frac{\pi}{6}\right\}$

91. Resuelva el sistema para y

$$\sin^2(x) + \cos(y) = 0,5 \quad \dots (1)$$

$$\cos(2x) - 2\sin(y) = 1, \forall k \in \mathbb{Z} \quad \dots (2)$$

- A) $\left\{k\pi - (-1)^k \arccos(2\sqrt{2}) + \frac{\pi}{4}\right\}$
B) $\left\{k\pi + (-1)^k \arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) - \frac{\pi}{4}\right\}$

- C) $\left\{ \frac{k\pi}{2} + (-1)^k \arcsen\left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + \frac{\pi}{4} \right\}$
- D) $\left\{ \frac{k\pi}{2} - (-1)^k \operatorname{arccsc}(2\sqrt{2}) - \frac{\pi}{4} \right\}$
- E) $\left\{ \frac{k\pi}{2} \pm \operatorname{arccsc}(2\sqrt{2}) \right\}$

92. Resuelva el sistema para x

$$x + y = \frac{2\pi}{3}$$

$$\operatorname{sen}(x) + \operatorname{sen}(y) = \frac{\sqrt{6}}{2}, \forall n \in \mathbb{Z}$$

- A) $\left\{ 2\pi n \pm \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} \right\}$ B) $\left\{ \pi n \pm \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} \right\}$
- C) $\left\{ 2\pi n \pm \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12} \right\}$ D) $\left\{ \pi n \pm \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} \right\}$
- E) $\left\{ 2\pi n \pm \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} \right\}$

93. Resuelva el sistema para x

$$\begin{cases} \tan(x) (\csc(y) + 1) = 1 \dots (1) \\ 2x + y = \frac{\pi}{2}; \forall k \in \mathbb{Z} \dots (2) \end{cases}$$

- A) $\left\{ x/x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{4} \right\}$
- B) $\left\{ x/x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \right\}$
- C) $\left\{ x/x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \right\}$
- D) $\left\{ x/x = k\pi + \frac{\pi}{4} \right\}$
- E) $\left\{ x/x = k\pi + \frac{\pi}{8} \right\}$

94. Resuelva el sistema

$$2 \operatorname{sen}^2(x) + \operatorname{sen}(y) = 1 \dots (1)$$

$$\cos(6x) + 2 \cos^2(y) = 1 \dots (2)$$

luego calcule el número de soluciones positivas y menores a una vuelta para x.

- A) 8 B) 9 C) 10
- D) 11 E) 12

95. Dadas las ecuaciones:

$$\begin{cases} \operatorname{sen}(2x) + \operatorname{sen}(2y) = \frac{1}{2} \dots (1) \\ x - y = \frac{\pi}{3} \dots (2) \end{cases}$$

Calcule la suma de soluciones de x en el intervalo $\langle 0; 2\pi \rangle$.

- A) $\frac{13\pi}{3}$ B) $\frac{26\pi}{3}$
- C) $\frac{11\pi}{4}$ D) $\frac{11\pi}{3}$
- E) $\frac{13\pi}{4}$

Inecuaciones trigonométricas

96. Resuelva la inecuación

$$\operatorname{sen}(x) < -\frac{\sqrt{3}}{2}; \text{ para } x \in \langle 0; 2\pi \rangle$$

- A) $\left\langle \frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3} \right\rangle$ B) $\left\langle \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\rangle$
- C) $\left\langle \pi; \frac{5\pi}{3} \right\rangle$ D) $\left\langle \frac{4\pi}{3}; 2\pi \right\rangle$
- E) $\left\langle \frac{4\pi}{3}; \frac{3\pi}{2} \right\rangle$

97. Resuelva en $[0; 2\pi]$ la inecuación

$$4 \sin(x) + 1 < 4 \cos^2(x)$$

- A) $\left\langle -2\pi; \frac{\pi}{6} \right\rangle$ B) $\left\langle -\frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{6} \right\rangle$
 C) $\left\langle -\pi; \frac{\pi}{6} \right\rangle$ D) $\left\langle -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6} \right\rangle$
 E) $\left[0; \frac{\pi}{6} \right]$

98.Cuál de los siguientes intervalos es solución de la siguiente inecuación

$$\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) > \cos\left(\frac{x\pi}{3}\right)$$

- A) $\langle 3; 4 \rangle$ B) $\langle 4; 5 \rangle$ C) $\langle 5; 6 \rangle$
 D) $\langle 6; 7 \rangle$ E) $\langle 7; 8 \rangle$

99. Si $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$, entonces resuelva

$$\tan\left(\frac{x}{4}\right) + 2\tan\left(\frac{x}{2}\right) + 4\tan(x) + 8 \cot(2x) > 0$$

- A) $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle \cup \left\langle \frac{3\pi}{2}; 2\pi \right\rangle$
 B) $\left\langle \frac{\pi}{2}; \pi \right\rangle \cup \left\langle \pi; \frac{3\pi}{2} \right\rangle$
 C) $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle \cup \left\langle \frac{\pi}{2}; \pi \right\rangle$
 D) $\left\langle \pi; \frac{3\pi}{2} \right\rangle \cup \left\langle \frac{3\pi}{2}; 2\pi \right\rangle$
 E) $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle \cup \left\langle \frac{\pi}{2}; \pi \right\rangle \cup \left\langle \pi; \frac{3\pi}{2} \right\rangle \cup \left\langle \frac{3\pi}{2}; 2\pi \right\rangle$

100. Si $x \in [0; 2\pi]$, entonces al resolver

$$3 \cos(x) + \frac{\cos(3x)}{2 \cos(x)} < -\frac{5}{2}$$

se obtiene

- A) $\left\langle \frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3} \right\rangle$ B) $\left[0; \frac{2\pi}{3} \right] - \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$
 C) $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3} \right]$ D) $\left\langle \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3} \right\rangle - \{\pi\}$
 E) $\left[\frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3} \right]$

101. Resuelva la siguiente inecuación

$$\sin(x) + \cos(x) < |\sin(x) - \cos(x)|;$$

$$\forall x \in \langle 0; 2\pi \rangle$$

- A) $\left\langle \frac{\pi}{2}; 2\pi \right\rangle - \left\{ \frac{5\pi}{4} \right\}$
 B) $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4} \right]$
 C) $\left\langle 0; \frac{\pi}{4} \right\rangle \cup \left\langle \frac{5\pi}{4}; 2\pi \right\rangle$
 D) $\left\langle \frac{\pi}{2}; 2\pi \right\rangle$
 E) $\left\langle \frac{5\pi}{4}; 2\pi \right\rangle$

102. Resuelva la siguiente inecuación:

$$\sin(2x) > 6 \cos(x), \forall k \in \mathbb{Z}$$

- A) $\left\langle 2k\pi + \frac{\pi}{6}; 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \right\rangle$
 B) $\left\langle 2k\pi + \frac{\pi}{3}; 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \right\rangle$
 C) $\left\langle 2k\pi + \frac{\pi}{2}; 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \right\rangle$
 D) $\left\langle k\pi + \frac{\pi}{3}; k\pi + \frac{2\pi}{3} \right\rangle$
 E) $\left\langle k\pi + \frac{\pi}{2}; k\pi + \pi \right\rangle$

103. Resuelva la siguiente inecuación

$$\cos(\theta) + \cos(2\theta) \cdot \cos(\theta) < 0; \forall x \in [0; \pi]$$

- A) $\left\langle \frac{\pi}{2}; \pi \right\rangle$ B) $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle$
 C) $\left\langle \frac{\pi}{2}; \pi \right]$ D) $\left[0; \frac{\pi}{2} \right)$
 E) $\left[\frac{\pi}{2}; \pi \right)$

104. Resuelva la siguiente inecuación

$$\sin(2x) + \sin(x) > \cos(2x) + \cos(x); \forall x \in [0; \pi]$$

- A) $\left\langle 0; \frac{\pi}{6} \right\rangle$ B) $\left\langle \frac{\pi}{6}; \pi \right]$
 C) $\left\langle \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right]$ D) $\left\langle \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right\rangle$
 E) $[0; \pi)$

105. Resuelva la siguiente inecuación

$$\frac{1 + \cos(x) + \sin(x) + \sin(x) \cos(x)}{(1 - \sin(x))(1 - \cos(x))} > 0; \forall k \in \mathbb{Z}$$

- A) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\}$
 B) $\mathbb{R} - \{k\pi\}$
 C) $\mathbb{R} - \left\{ (2k+1) \frac{\pi}{2} \right\}$
 D) $\mathbb{R} - \left\{ (4k+1) \frac{\pi}{2} \right\}$
 E) $\mathbb{R} - \left\{ (4k+1) \frac{\pi}{4} \right\}$

106. Resuelva la siguiente inecuación

$$\frac{\sin^2(x) - \frac{1}{4}}{\sin(x) + \cos(x) + 2} < 0; \forall k \in \mathbb{Z}$$

- A) $\left\langle \frac{k\pi}{2}; \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right\rangle$
 B) $\left\langle k\pi - \frac{\pi}{3}; k\pi + \frac{\pi}{3} \right\rangle$
 C) $\left\langle k\pi - \frac{\pi}{6}; k\pi + \frac{\pi}{6} \right\rangle$
 D) $\left\langle k\pi - \frac{\pi}{4}; k\pi + \frac{\pi}{4} \right\rangle$
 E) $\left\langle k\pi - \frac{\pi}{12}; k\pi - \frac{\pi}{12} \right\rangle$

107. Resuelva la siguiente inecuación

$$\frac{\sin(2x) - \cos(2x) + 10}{\sqrt{2} \cos(x) - 1} > 0; x \in [0; 2\pi]$$

- A) $\left[0; \frac{\pi}{4} \right]$ B) $\left\langle \frac{7\pi}{4}; 2\pi \right]$
 C) $\left[0; \frac{\pi}{4} \right) \cup \left\langle \frac{7\pi}{4}; 2\pi \right]$ D) $\left[0; \frac{\pi}{2} \right)$
 E) $\left[0; \frac{3\pi}{2} \right)$

108. Resuelva la siguiente inecuación

$$\frac{\sin(2x) - 2}{\cos(2x) + 3 \cos(x) - 1} > 0, x \in \langle 0; 2\pi \rangle$$

- A) $\left\langle \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3} \right\rangle$ B) $\left\langle 0; \frac{\pi}{3} \right\rangle$
 C) $\left\langle \frac{11\pi}{6}; 2\pi \right\rangle$ D) $\left\langle \frac{5\pi}{3}; \frac{11\pi}{6} \right\rangle$
 E) $\left\langle \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\rangle$

109. Al resolver la inecuación

$$\frac{2\operatorname{sen}^2(x) + 3\operatorname{sen}(x) - 2}{\operatorname{sen}^2(x) + 2\operatorname{sen}(x) - 3} \leq 0$$

en el intervalo $[0; 2\pi]$; se obtiene como conjunto solución el intervalo $[a; b) \cup \langle c; d]$. Calcule el valor de $\frac{b+d-c}{a}$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

110. Si $x \in [0; 2\pi)$, entonces al resolver la inecuación

$$3\cos(x) + \frac{\cos(3x)}{2\cos(x)} < -\frac{5}{2}$$

se obtiene

- A) $\left\langle \frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3} \right\rangle$
B) $\left[0; \frac{2\pi}{3} \right) - \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$
C) $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3} \right]$
D) $\left\langle \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3} \right\rangle - \{\pi\}$
E) $\left[\frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3} \right)$

111. Resuelva la siguiente inecuación en $\langle 0; 2\pi \rangle$

$$(1 + \tan(x))^2 + (1 + \cot(x))^2 < 8$$

- A) $\left\langle \frac{5\pi}{12}; \frac{7\pi}{12} \right\rangle \cup \left\langle \frac{11\pi}{12}; \frac{13\pi}{12} \right\rangle$
B) $\left\langle \frac{7\pi}{12}; \frac{11\pi}{12} \right\rangle \cup \left\langle \frac{19\pi}{12}; \frac{23\pi}{12} \right\rangle$

C) $\left\langle \frac{5\pi}{12}; \frac{3\pi}{4} \right\rangle \cup \left\langle \frac{17\pi}{12}; \frac{7\pi}{4} \right\rangle$

D) $\left\langle \frac{5\pi}{12}; \frac{7\pi}{12} \right\rangle \cup \left\langle \frac{17\pi}{12}; \frac{19\pi}{12} \right\rangle$

E) $\left\langle \frac{7\pi}{12}; \frac{11\pi}{12} \right\rangle \cup \left\langle \frac{17\pi}{12}; \frac{21\pi}{12} \right\rangle$

112. Resuelva la siguiente inecuación

$$\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{3x}{2}\right)}{\cos(2x) + \cos(x) + 3} < 0$$

$$\forall x \in [0; 2\pi].$$

A) $\left\langle 0; \frac{\pi}{3} \right\rangle \cup \left\langle \pi; \frac{5\pi}{3} \right\rangle$

B) $\left\langle \frac{\pi}{3}; \pi \right\rangle \cup \left\langle \frac{5\pi}{3}; 2\pi \right\rangle$

C) $\left\langle 0; \frac{\pi}{3} \right\rangle \cup \left\langle \frac{5\pi}{3}; 2\pi \right\rangle$

D) $\left\langle \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\rangle$

E) $\langle 0; \pi \rangle \cup \left\langle \frac{5\pi}{3}; 2\pi \right\rangle$

Resolución de triángulos

Teorema de senos, de cosenos, de tangentes y de proyecciones.

113. En un triángulo ABC de lados $(AB = c, BC = a, AC = b)$, se cumple

$$\frac{\operatorname{sen}^2(A) + \operatorname{sen}^2(B)}{\operatorname{sen}^2(C)} + \frac{ab}{c^2} = 1$$

Calcule la medida del ángulo C.

- A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$
D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

- 114.** En un triángulo ABC de lados ($AB = c$, $BC = a$ y $AC = b$) si a , b y c están en relación de 3, 4 y 5 respectivamente, calcule el valor de

$$\frac{b+a}{c} - \frac{\sin^2(A) + \sin^2(B)}{\sin^2(C)}$$

- A) 0.2 B) 0.4 C) 0.6
D) 0.75 E) 0.8

- 115.** En un triángulo ABC de lados $BC = a$, $AC = b$ y $AB = c$, simplifique

$$\frac{5c\sin(B) + 3b\sin(C)}{7b\sin(A) - 3a\sin(B)}$$

si $4 \sin(C) = 3 \sin(A)$.

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$
D) 2 E) $\frac{5}{2}$

- 116.** En un triángulo ABC de lados $AB = c$, $AC = b$ y $BC = a$, simplifique

$$\frac{\left[a \frac{\sin(B)}{\sin(A)} + c \frac{\sin(B)}{\sin(C)} \right]^2}{a^2 + c^2 - 2accos(B)}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 6

- 117.** En el triángulo ABC de lados $BC = a$, $AC = b$ y $AB = c$, se cumple

$$\frac{\tan(A)}{\tan(B)} = \frac{2c-b}{b}$$

Calcule la medida del ángulo A.

- A) 30° B) 45° C) 60°
D) 90° E) 120°

- 118.** En un triángulo ABC de lados $AB = c$, $BC = a$ y $AC = b$, determine el equivalente de

$$E = \frac{a^2 - b^2}{4R^2 \sin(A-B)}$$

- A) $\sin(A)$ B) $\sin(B)$ C) $\sin(C)$
D) $2 \sin(A)$ E) $2 \sin(C)$

- 119.** En un triángulo ABC de lados $AB = c$, $BC = a$ y $AC = b$, simplifique la expresión $bc \sin(B+C) [\cot(B) + \cot(C)]$

- A) a^2 B) b^2 C) c^2
D) $2a^2$ E) $2b^2$

- 120.** En un triángulo ABC de lados $AB = c$, $BC = a$ y $AC = b$, simplifique la expresión

$$\frac{1}{2} [bccos(A) + accos(B) + abcos(C)]^{-1}$$

- A) $a^2 + b^2 + c^2$
B) $0,5 (a^2 + b^2 + c^2)$
C) $(a^2 + b^2 + c^2)^{-1}$
D) $2(a^2 + b^2 + c^2)^2$
E) $\left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} \right)^{-1}$

- 121.** En un triángulo ABC de lados $AB = c$, $AC = b$ y $BC = a$, simplifique la expresión

$$E = a^2 \cos(2B) - b^2 \cos(2A)$$

- A) $a^2 + b^2$ B) $\frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2}$
C) $a^2 - b^2$ D) $\frac{a^2}{2} - \frac{b^2}{2}$
E) $a + b$

122. En un triángulo ABC de lados $AB = c$, $BC = a$ y $AC = b$, reduzca la expresión $(b+c)\cos(A)+(c+a)\cos(B)+(a+b)\cos(C)$ en términos de su semiperímetro (p) o los lados del triángulo.

- A) a B) b C) c
D) p E) $2p$

123. En un triángulo ABC, sus lados tienen por medida $AB = 7$ u, $AC = 6$ u y $BC = 5$ u. Calcule el valor de $13 \cos(A) + 12 \cos(B) + 11 \cos(C)$

- A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 20

124. En un triángulo ABC, de lados $AB = c$, $AC = b$ y $BC = a$, reduzca la expresión

$$\left(\frac{a^2+b^2}{2ab}\right)\cos(C) + \left(\frac{b^2+c^2}{2bc}\right)\cos(A) + \left(\frac{c^2+a^2}{2ac}\right)\cos(B)$$

- A) 1 B) 3 C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{5}{2}$ E) 2

125. En un triángulo ABC de lados $AB = c$, $AC = b$ y $BC = a$; $\cos(B) = -\frac{1}{2}$; además: $\frac{a\cos(B)+b\cos(A)}{a\cos(C)+c\cos(A)} = \frac{1}{3}$. Calcule el valor de $\sin(C)$.

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$

- D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ E) $\frac{3}{5}$

126. En un triángulo ABC, $m\angle C = 60^\circ$, $a = 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$ y $b = 2\sqrt{3} - \sqrt{2}$. Calcule la medida del ángulo A.

- A) $\frac{\pi}{3} + \arctan \frac{\sqrt{2}}{2}$
B) $\frac{\pi}{4} + \arctan \frac{\sqrt{2}}{2}$
C) $\frac{\pi}{6} + \arctan \frac{\sqrt{3}}{3}$
D) $\frac{\pi}{3} + \arctan \frac{\sqrt{3}}{3}$
E) $\frac{\pi}{6} + \arctan \frac{\sqrt{5}}{5}$

127. En un triángulo ABC, si $\cot\left(\frac{A}{2}\right) = 1$, $\cot\left(\frac{B}{2}\right) = \frac{4}{3}$, entonces calcule el valor de

$$\frac{\sin(A) + \sin(B)}{\sin(A) - \sin(B)}$$

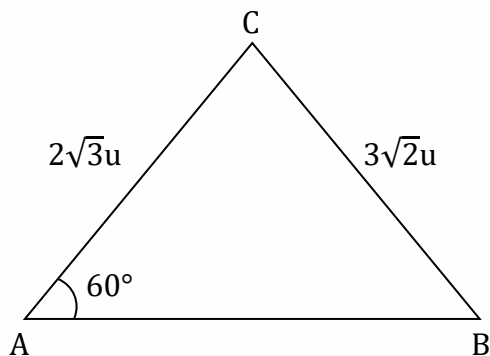
- A) 16 B) 25 C) 36
D) 49 E) 64

128. En un triángulo ABC de lados $BC = a$, $AC = b$ y $AB = c$, y perímetro $2p$, simplifique

$$\frac{ab(1 - \cos(A+B))}{b(1 - \cos(A)) + a(1 - \cos(B))}$$

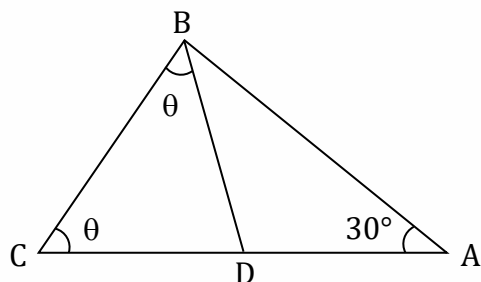
- A) $\frac{p}{4}$ B) $\frac{p}{2}$ C) p
D) $\frac{3p}{2}$ E) $2p$

129. De la figura mostrada, calcule la medida del ángulo ACB.



- A) 60° B) 45° C) 75°
D) 15° E) 30°

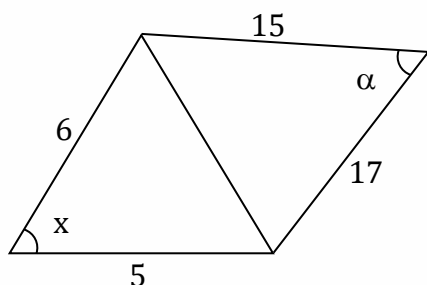
130. En la figura mostrada, $AD = BC$. Calcule el valor de θ .



- A) 70° B) 20° C) 30°
D) 40° E) 50°

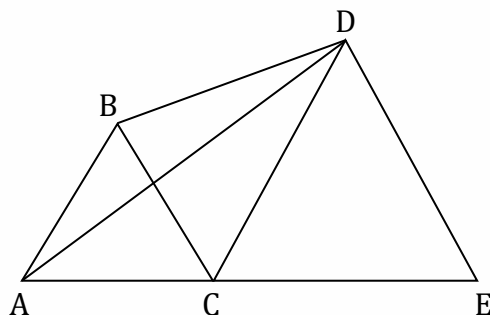
131. Calcule el valor de x .

$$4\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) - 1 = 0$$



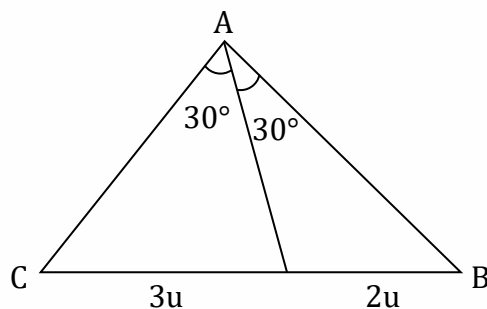
- A) $\arccos(-0,01)$ B) $\arccos(-0,02)$
C) $\arccos(-0,03)$ D) $\arccos(-0,04)$
E) $\arccos(-0,05)$

132. Si en la figura los triángulos ABC y CDE son equiláteros; tales que $CE = 2(AC)$, calcule la medida del ángulo ADB.



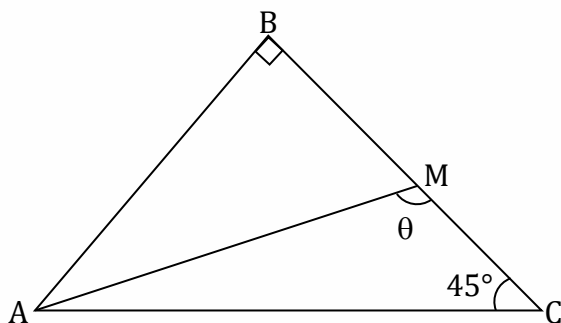
- A) $\arccos\left(\frac{\sqrt{21}}{14}\right)$
B) $\arccos\left(\frac{2\sqrt{21}}{14}\right)$
C) $\arccos\left(\frac{3\sqrt{21}}{14}\right)$
D) $\arccos\left(\frac{\sqrt{21}}{7}\right)$
E) $\arccos\left(\frac{2\sqrt{21}}{15}\right)$

133. De la figura mostrada, calcule la medida del ángulo B.



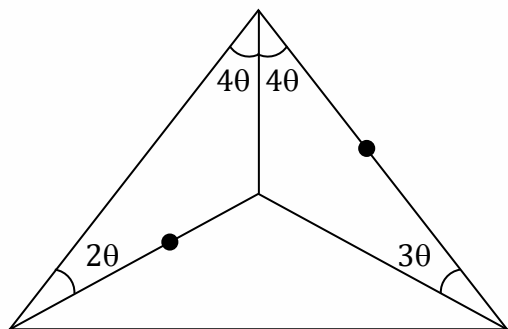
- A) $\arctan 3$ B) $\arctan(2\sqrt{3})$
C) $\arctan(3\sqrt{3})$ D) $\arctan(4\sqrt{2})$
E) $\arctan(3\sqrt{2})$

134. En la figura mostrada, se cumple $BM = MC$, calcule el valor de $\sin^2(\theta)$.



- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$
D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{7}{5}$

135. De la figura mostrada, calcule la medida del ángulo θ .



- A) 4° B) 8° C) 10°
D) 12° E) 15°

136. En un triángulo ABC de lados $BC = a$, $AC = b$ y $AB = c$ se cumple que

$$\cot\left(\frac{C}{2}\right) = 7 \tan\left(\frac{A-B}{2}\right); a = 12 \text{ u}, c = 7 \text{ u}.$$

Calcule la medida del ángulo B.

- A) $\arctan\left(\frac{2}{3}\right)$ B) $\arctan\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$
C) $\arctan(\sqrt{5})$ D) $\arctan\left(\frac{3}{2}\right)$
E) $\arctan(2\sqrt{5})$

137. En un triángulo ABC de lados ($BC = a$, $AC = b$ y $AB = c$), se cumple que $b = 4c$.

Calcule el valor de $\cot\left(\frac{A}{2}\right)\cot\left(\frac{B-C}{2}\right)$.

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $-\frac{3}{5}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $-\frac{8}{7}$

138. En un triángulo ABC, de lados $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$, se cumple que $\tan\left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{1}{7} \cot\left(\frac{C}{2}\right)$, $a = 12 \text{ u}$ y $c = 7 \text{ u}$, entonces calcule el valor de $\cos(B)$.

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{7}$
D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{3}{7}$

139. En un triángulo ABC, de lados $AB = c$, $BC = a$ y $AC = b$, se cumple que

$$\frac{a+b}{13} = \frac{b+c}{11} = \frac{c+a}{12}.$$

calcule el valor de k en la igualdad

$$\cot\left(\frac{A-B}{2}\right)\cot\left(\frac{B-C}{2}\right)\cot\left(\frac{C-A}{2}\right) = k \tan\left(\frac{A}{2}\right)\tan\left(\frac{B}{2}\right)\tan\left(\frac{C}{2}\right)$$

- A) -1287 B) -1144 C) -1001
D) -858 E) -715

140. En un triángulo ABC, donde $AB = 6\sqrt{2} + \sqrt{3} \text{ u}$; $BC = 6\sqrt{2} - \sqrt{3} \text{ u}$ y $m\angle ABC = 60^\circ$; calcule el valor de $\cot\left(\frac{C-A}{2}\right)$.

- A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
D) $2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

141. En un triángulo ABC, se tiene que

$$\cot\left(\frac{A}{2}\right) = 9 \tan\left(\frac{B-C}{2}\right), \quad \text{además}$$

$$\cot\left(\frac{C}{2}\right) = 11 \tan\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

Calcule el valor de $\cot\left(\frac{B}{2}\right)\cot\left(\frac{C-A}{2}\right)$.

- A) -4 B) -5 C) -6
D) 5 E) 6

142. En un triángulo ABC, $m\angle BCA = 60^\circ$ ($AB = c$, $BC = a$ y $AC = b$), además $a = (5\sqrt{3} + 2)u$ y $b = (5\sqrt{3} - 2)u$, calcule la medida del ángulo A.

- A) $\frac{\pi}{6} + \tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)$ B) $\frac{\pi}{6} + \tan^{-1}\left(\frac{5}{2}\right)$
C) $\frac{\pi}{3} + \tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)$ D) $\frac{\pi}{3} + \tan^{-1}\left(\frac{5}{2}\right)$
E) $\frac{\pi}{3} + \tan^{-1}\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$

Ángulos horizontales

143. Se ubican los puntos A, B y C en el plano horizontal de tal forma que B está a 40 m de A, en la dirección S 53° E, C está a 100 m de B en la dirección N 16° E y A está en la dirección S 0° de C. Calcule el valor de $\tan(\theta)$.

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{6}{5}$ C) $\frac{3}{5}$
D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

144. Desde un punto situado en el suelo se observa a un avión A volando a 600 m de altura, en la dirección N 20° E, con un ángulo de elevación 37° ; y en ese mismo instante se observa a otro avión B volando a 800 m de altura, con un ángulo de elevación de 53° y en la dirección S 70° E. Calcule la distancia (en m) entre los aviones A y B.

- A) $50\sqrt{26}$ B) $100\sqrt{26}$
C) $100\sqrt{29}$ D) $200\sqrt{26}$
E) $200\sqrt{2}$

145. Dos móviles parten de un mismo punto en las direcciones N 70° E y S 50° E, con velocidades de 3,5 y 4 m/min, respectivamente. ¿Qué distancia (en m) aproximadamente los separa al cabo de 2 minutos?

- A) 6,23 B) 1,16 C) 7,55
D) 7,62 E) 1,66

146. Un padre mira a su hijo que va girando dentro un carrusel horizontal. Primero ve aparecer exactamente al oeste de él y luego lo pierde de vista en la dirección S 50° O, en un tiempo de 4,75 segundos. ¿Qué velocidad en RPM tiene el carrusel?

- A) $\frac{19}{15}$ B) $\frac{35}{19}$ C) $\frac{31}{15}$
D) $\frac{41}{15}$ E) $\frac{45}{19}$

147. Dos navíos A y B distan 18 km uno del otro, desde el navío A se observa al navío B en S 58° E. Un tercer navío C es observado desde A al S 24° E y desde B en S 66° O. Calcule la distancia aproximadamente que separa a los navíos A y C (en km).

- A) 13,48 B) 14,16 C) 14,95
D) 15,24 E) 15,96

148. Desde un foco se divisa un barco que se desplaza en la dirección $N15^\circ E$ a una distancia de $120\sqrt{3}$. Después de cierto tiempo se vuelve a divisar el barco al $E22^\circ N$ a $100\sqrt{3}$ m ¿Qué distancia (en m) recorrió el barco?

- A) 120 B) 140m C) 160
D) 180 E) 200

149. Un móvil parte desde un punto A hacia un punto B (que se encuentra al norte de A). Luego toma el rumbo $S60^\circ E$ hacia un punto C (a 10m de B) y finalmente se dirige hacia un punto D (ubicado al este de A) con rumbo $S75^\circ E$. Si la distancia entre A y D es de $(2 + 6\sqrt{3})$ m, calcule la distancia entre C y D (en m).

- A) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ B) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$
C) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ D) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$
E) $\sqrt{3} + 1$

150. Un faro que está dirigido hacia el Sur, envía un haz de luz en forma de abanico que se extiende de $O72^\circ S$ al $E18^\circ S$, un bote que navega en la dirección Este, entra al haz de luz cuando está a $(\sqrt{5} - 1)$ km del faro y sale de ella a los 20 minutos ¿Cuál es la velocidad aproximada del bote, en metros por segundo?

- A) 2,5 B) 2,8 C) 3,0
D) 3,3 E) 3,6

151. Un móvil se desplaza 40 km. en la dirección $S60^\circ O$ con respecto a un punto inicial y luego se desplaza 20 km, en la dirección $N60^\circ O$. Calcule la distancia a la que se encuentra respecto al punto inicial (en km).

- A) $10\sqrt{2}$ B) $10\sqrt{3}$ C) $20\sqrt{2}$
D) $20\sqrt{5}$ E) $20\sqrt{7}$

152. Una persona está ubicada en la dirección $S53^\circ O$ de un poste y observa su parte alta con un ángulo de elevación α , luego se dirige al este hasta ubicarse en la dirección $S74^\circ E$ del poste y observa la parte alta del poste con un ángulo de elevación θ . Calcule el valor aproximado de $\tan(\alpha) \cot(\theta)$.

- A) $\frac{15}{7}$ B) $\frac{12}{7}$ C) $\frac{15}{8}$
D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{7}{5}$

Los semiángulos en un triángulo

153. En un triángulo ABC, de lados ($AB = c$, $BC = a$ y $AC = b$), si $a = 19$ m, $b = 20$ m y $c = 3$ m, calcule el valor de $\cos\left(\frac{A}{2}\right)$.

- A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{9}$ C) $\frac{\sqrt{70}}{11}$
D) $\frac{\sqrt{61}}{21}$ E) $\frac{\sqrt{70}}{10}$

154. En un triángulo ABC, de lados ($AB = c$, $BC = a$ y $AC = b$); siendo A un ángulo agudo y se cumple que

$$\sqrt{(p-b)(p-c)} = k\sqrt{p(p-a)}$$

Determine la variación de los posibles valores de k.

- A) $\left\langle 0; \frac{1}{2} \right\rangle$ B) $\langle 0; 1 \rangle$ C) $\langle 0; 2 \rangle$
D) $\left\langle \frac{1}{2}; 2 \right\rangle$ E) $\langle 1; \sqrt{2} \rangle$

- 155.** Dado el triángulo ABC, de lados ($AB = c$, $BC = a$ y $AC = b$), si su perímetro es de 20m, entonces calcule el valor (en m) de

$$\frac{b \cos^2\left(\frac{A}{2}\right) + a \cos^2\left(\frac{B}{2}\right) + ab \cos^2\left(\frac{C}{2}\right)}{(b+c)\cos(A) + (a+c)\cos(B) + (a+b)\cos(C)}$$

- A) 5 B) 10 C) 20
D) 30 E) 40

- 156.** En un triángulo ABC, de lados ($BC = a$, $AC = b$ y $AB = c$) de semiperímetro p , simplifique la expresión

$$p \tan\left(\frac{A}{2}\right) \tan\left(\frac{B}{2}\right) + a + b - c$$

- A) p B) $2p$ C) $3p$
D) $p - c$ E) $3p - 3c$

- 157.** En un triángulo ABC, de lados ($BC = a$, $AC = b$ y $AB = c$), se conoce el inradio (r) simplifique la expresión

$$\frac{\csc^2\left(\frac{A}{2}\right)}{bc} + \frac{\csc^2\left(\frac{B}{2}\right)}{ac} + \frac{\csc^2\left(\frac{C}{2}\right)}{ab}$$

- A) $\frac{2}{r^2}$ B) r^2 C) $\frac{1}{r^2}$
D) $3r^2$ E) $\frac{1}{2r^2}$

- 158.** En un triángulo ABC, de lados ($BC = a$, $AC = b$ y $AB = c$), simplifique la expresión

$$\left(c \cos^2\left(\frac{B}{2}\right) + b \cos^2\left(\frac{C}{2}\right)\right) \left(c \sin^2\left(\frac{B}{2}\right) + b \sin^2\left(\frac{C}{2}\right)\right)$$

- A) $p \cdot (p - a)$ B) p
C) $p - a$ D) bc
E) $(p - b)(p - c)$

- 159.** El circunradio de un triángulo ABC mide 8 u, calcule el valor de

$$\frac{\sin(A) + \sin(B) + \sin(C)}{a \cos^2\left(\frac{B}{2}\right) + b \cos^2\left(\frac{A}{2}\right)}$$

Si $AB = c$, $BC = a$ y $AC = b$

- A) 0,1 B) 0,125 C) 0,25
D) 0,4 E) 0,5

- 160.** Dado un triángulo ABC, de lados ($BC = a$, $AC = b$ y $AB = c$), semiperímetro (p) y circunradio (R). Indique en qué tipo de triángulo se cumple

$$\frac{a(p-a)}{R^2 \left(\tan\left(\frac{B}{2}\right) + \tan\left(\frac{C}{2}\right) \right)} = \frac{2}{\csc(A) \cdot \csc(B)}$$

- A) acutángulo B) rectángulo
C) isósceles D) equilátero
E) obtusángulo

Área de regiones triangulares

- 161.** En un triángulo ABC, de lados ($BC = a$, $AC = b$ y $AB = c$) y de área S . Calcule el valor de

$$S \left[\frac{\cot(A) + \cot(B)}{c^2} + \frac{\cot(C) + \cot(A)}{b^2} + \frac{\cot(B) + \cot(C)}{a^2} \right]$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$
D) 2 E) $\frac{5}{2}$

- 162.** En un triángulo ABC, $R = 4r$, donde R es el circunradio y r es el inradio.

Simplifique la expresión

$$\frac{abc}{(p-a)(p-b)(p-c)}$$

- A) 12 B) 24 C) 16
D) 18 E) 20

- 163.** En un triángulo ABC, el producto de su inradio y su circunradio es $20 u^2$ y la suma de los senos de sus ángulos interiores es $2/3$. Calcule el área de la región triangular (en u^2).

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{20}{3}$
D) $\frac{40}{3}$ E) $\frac{50}{5}$

- 164.** Se tiene un triángulo ABC, cuyos lados tienen como medida 171 u, 195 u y 204 u. Si S y R representan el valor numérico del área y del circunradio respectivamente de dicho triángulo, calcule el valor de

$$\frac{S}{1539} + \frac{18R}{51}$$

- A) 33 B) 39 C) 43
D) 49 E) 53

- 165.** En un triángulo ABC, de lados ($BC = a$, $AC = b$ y $AB = c$) y de área (S), simplifique la expresión

$$\frac{a^2 \cdot (b^2 - a^2)}{(\cot(A) - \cot(B))(\cot(B) + \cot(C))}$$

- A) S^2 B) $2S^2$ C) $3S^2$
D) $4S^2$ E) $6S^2$

- 166.** En un triángulo ABC, de área $S = 588 m^2$ y de semiperímetro (p) se cumple que

$$\frac{p-a}{6} = \frac{p-b}{7} = \frac{p-c}{8}$$

Calcule el perímetro del triángulo (en m).

- A) $15\sqrt{7}$ B) $37\sqrt{7}$ C) $42\sqrt{7}$
D) $53\sqrt{7}$ E) $64\sqrt{7}$

- 167.** En un triángulo ABC, de lados $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$, si $ab = \frac{198}{5} u^2$, $c^2 = \frac{121}{4} u^2$ y $A - B = 10^\circ$, calcule el área de dicha región triangular (en u^2).

- A) 12.75 B) 13.75 C) 14.75
D) 14.28 E) 13.28

- 168.** En un triángulo ABC, de lados ($AB = c$, $BC = a$, $AC = b$), R : circunradio y S : área de la región triangular, determine el equivalente de

$$[\cot(A) + \cot(B)] \cdot \csc(C)$$

- A) $\frac{aR}{S}$ B) $\frac{bR}{S}$ C) $\frac{cR}{S}$
D) $\frac{R^2}{S}$ E) $\frac{C^2}{S}$

- 169.** En un triángulo ABC, de lados ($AB = c$, $BC = a$, $AC = b$), se cumple

$$\frac{3r^2 \cos\left(\frac{A}{2}\right) \left(\sin\left(\frac{A}{2}\right) + \sin\left(\frac{B}{2}\right) \sin\left(\frac{C}{2}\right) \right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right) \sin\left(\frac{B}{2}\right) \sin\left(\frac{C}{2}\right)} = kS$$

Donde S es el área de la región triangular y r el inradio, calcule el valor de k .

- A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 1
D) 3 E) 4

170. En un triángulo ABC, se cumple

$\cot\left(\frac{A}{2}\right) + \cot\left(\frac{B}{2}\right) + \cot\left(\frac{C}{2}\right) = m$ y el
inradio $r = \sqrt{7}$ u. Calcule el área de la
región triangular ABC en (u^2).

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

171. En un triángulo ABC, S representa el área
de la región triangular. Determine el
equivalente en términos de S de la
expresión $b^2 \cdot \sin(2A) + a^2 \cdot \sin(2B)$.

- A) S B) 2S C) 3S
D) 4S E) 8S

172. Sea el triángulo ABC, de lados a, b, c y de
área igual a $1/2$. Determine el producto de
las cosecantes de sus respectivos ángulos.

- A) $a^2b^2c^2$
B) $abc \cdot (a + b + c)^2$
C) $abc \cdot (a + b + c)$
D) $a + b + c$
E) abc

Líneas notables en un triángulo

173. En el triángulo ABC, de lados ($AB = c$,
 $BC = a$ y $AC = b$), determine el equivalente
en términos de las alturas h_a , h_b y h_c .

de la expresión
$$\frac{bc}{a \csc(A)} + \frac{ac}{b \csc(B)} + \frac{ab}{c \csc(C)}$$

- A) $h_a + h_b + h_c$ B) $h_a \times h_b \times h_c$
C) $(h_a + h_b + h_c)^2$ D) $\frac{h_a + h_b + h_c}{3}$
E) $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$

174. En un triángulo ABC, de lados $a = 3u$ y
 $b = 2u$, se cumple que $m\angle A = m\angle B + 30^\circ$,

$\sin^2(B) - \cos^2(A) = \frac{\sqrt{3}}{8}$. siendo m_c la
mediana relativa al lado c, calcule el valor
de $\frac{1}{2}m_c$.

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$
D) 2 E) $\frac{5}{2}$

175. Exprese el área de un triángulo ABC, en
términos del lado a, el ángulo A y la
mediana relativa a dicho lado (m_a).

- A) $\frac{4m_a^2 - a^2}{8 \cot(A)}$ B) $\frac{2m_a^2 - a^2}{4 \cot(A)}$
C) $\frac{m_a^2 - a^2}{8 \cot(A)}$ D) $\frac{4m_a^2 - a^2}{16 \cot(A)}$
E) $\frac{2m_a^2 - a^2}{8 \cot(A)}$

176. En un triángulo ABC de lados $BC = a$,
 $AC = b$ y $AB = c$, se tiene que m_a , m_b y m_c
son las medianas relativas a los lados a, b
y c, respectivamente. Simplifique:

$$\frac{m_a^2 - bcc \cos(A)}{a^2} + \frac{m_b^2 - acc \cos(B)}{b^2} + \frac{m_c^2 - abc \cos(C)}{c^2}$$

- A) $\frac{3}{4}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$
D) 3 E) 6

177. En un triángulo ABC, la mediana relativa al lado a (m_a), es igual al lado c del triángulo. Calcule el equivalente de $\tan B$ en términos del ángulo C.

- A) $\tan(C)$ B) $1,5 \tan(C)$
C) $2 \tan(C)$ D) $3 \tan(C)$
E) $4,5 \tan(C)$

178. En un triángulo ABC, donde $AB = c$, $BC = a$ y $AC = b$ se cumple que

$$16 \sin(B) = 8S \cdot \cos(B) + 4R^2 \cdot \sin^3(B)$$

donde S: área de la región triangular ABC, R: circunradio. Calcule la longitud de la mediana relativa al lado b (en u).

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

179. En un triángulo ABC, se tiene que $BC = 6u = m_a$,

m_a : longitud de la mediana relativa al lado a.

S: área de la región triangular ABC.

calcule el valor de $S \cdot \cot(A)$

- A) 13 B) 13,5 C) 14
D) 14,5 E) 15

180. La longitud del circunradio del triángulo ABC es $0,5u$. Calcule el valor de $\tan^2$.

$$\frac{\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)}{ab \sin\left(\frac{C}{2}\right)} + \frac{\cos\left(\frac{A-C}{2}\right)}{ac \sin\left(\frac{B}{2}\right)} + \frac{\cos\left(\frac{B-C}{2}\right)}{bc \sin\left(\frac{A}{2}\right)},$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

181. En un triángulo ABC, $AB = c$, $AC = b$ y $BC = a$. Si el área de la región triangular es $13,5 u^2$ y $a \cos^2\left(\frac{B}{2}\right) + b \cos^2\left(\frac{A}{2}\right) = 18u$, calcule la longitud del inradio (en u).

- A) 0,75 B) 0,85 C) 0,95
D) 1,05 E) 2

182. En un triángulo ABC, de lados ($AB = c$, $BC = a$ y $AC = b$), de inradio r, simplifique la expresión

$$\left[\sqrt{bc} \sin\left(\frac{A}{2}\right) \right]^{-2} + \left[\sqrt{ac} \sin\left(\frac{B}{2}\right) \right]^{-2} + \left[\sqrt{ab} \sin\left(\frac{C}{2}\right) \right]^{-2}$$

- A) r^{-4} B) r^{-2} C) r^{-1}
D) $2r^2$ E) r^2

Fórmulas trigonométricas para el cálculo del área de regiones cuadrangulares

Cuadrilátero inscriptible

183. Los lados de un cuadrilátero inscriptible son $a = 2u$, $b = 4u$, $c = 3u$ y $d = 5u$. Calcule el coseno del ángulo agudo formado por las diagonales.

- A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{7}{13}$ C) $\frac{9}{17}$
D) $\frac{6}{11}$ E) $\frac{4}{13}$

184. En un cuadrilátero inscriptible ABCD, de lados $a = 2u$, $b = 4u$, $c = 5u$ y $d = 7u$. siendo α la medida del ángulo agudo formado por las diagonales, calcule el valor de $4,5 \tan(\alpha)$.

- A) $\sqrt{61}$ B) $\sqrt{65}$ C) $\sqrt{70}$
D) $\sqrt{73}$ E) $\sqrt{77}$

185. En un cuadrilátero inscriptible ABCD, de lados $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $AD = d$, S es el área de la región limitada por el cuadrilátero ABCD, simplifique la expresión $\frac{(ad+bc)\sin(A)}{S^2}$.

- A) $2S^2$ B) $4S^{-1}$ C) $2S^{-1}$
D) S^2 E) $\frac{1}{2}S^{-1}$

186. En un cuadrilátero inscriptible ABCD, de lados $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$ y $AD = d$, se cumple que $a + d = b + c$ y $m\angle DAB = 30^\circ$.

Calcule el valor de $\frac{ad+bc}{\sqrt{abcd}}$.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

187. En un cuadrilátero inscriptible ABCD, de lados $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $AD = d$ y además se cumple que $a + d = b + c$.

Determine el equivalente de $\sin(A)$

- A) $\frac{2\sqrt{abcd}}{bc-ad}$ B) $\frac{2\sqrt{abcd}}{bc+ad}$
C) $\frac{\sqrt{abcd}}{bc-ad}$ D) $\frac{\sqrt{abcd}}{bc+ad}$
E) $\sqrt{abcd}$

188. En un cuadrilátero inscriptible ABCD, de lados $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DA = d$ y además se cumple que $a + b = c + d$,

calcule el valor de $\frac{\sqrt{abcd}}{ad+bc} \csc(A)$

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1
D) $\frac{3}{2}$ E) 2

189. Sea el cuadrilátero inscriptible ABCD, de lados $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$ y $DA = d$, si se cumple que $a + d = b + c$, determine el equivalente de $\tan\left(\frac{A}{2}\right) \cdot \cot\left(\frac{C}{2}\right)$.

- A) $\frac{ad}{bc}$ B) $\frac{bc}{ad}$ C) $\frac{ab}{cd}$
D) $\frac{cd}{ab}$ E) 1

190. Sea el cuadrilátero inscriptible ABCD, de lados $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DA = d$, donde S es el área de la región cuadrangular y p es el semiperímetro, calcule el equivalente de

$S \tan\left(\frac{B}{2}\right)$.

- A) $\frac{(p-a)^3}{(p-b)}$
B) $\frac{(p-b)^3}{(p-a)}$
C) $(p-b)(p-d)$
D) $(p-c)(p-a)$
E) $(p-a)(p-b)$

191. En un cuadrilátero ABCD inscriptible, de lados $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $AD = d$, S es la superficie de dicho cuadrilátero y además se cumple que

$$\frac{2S}{(ad+bc)} \sqrt{\frac{(p-a)(p-d)}{(p-b)(p-c)}} = \frac{1}{2},$$

calcule el valor de $\tan(A)$.

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{3}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{3}$

Cuadrilátero circunscriptible

192. En todo cuadrilátero circunscriptible ABCD, de lados $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $AD = d$, determine el equivalente de la expresión $\sqrt{ab} \sin\left(\frac{B}{2}\right)$.

- A) $\sqrt{cd} \sin\left(\frac{D}{2}\right)$ B) $\sqrt{cd} \cos\left(\frac{D}{2}\right)$
C) $\sqrt{cd} \tan\left(\frac{D}{2}\right)$ D) $\sqrt{cd} \cot\left(\frac{D}{2}\right)$
E) $\sqrt{cd} \csc\left(\frac{D}{2}\right)$

193. En un cuadrilátero circunscriptible ABCD, si las longitudes de sus lados son a , b , c y d , a que es igual la expresión $\frac{ad}{bc} \sin^2\left(\frac{A}{2}\right)$.

- A) $\sin^2\left(\frac{B}{2}\right)$ B) $\cos^2\left(\frac{B}{2}\right)$
C) $\sin^2\left(\frac{C}{2}\right)$ D) $\cos^2\left(\frac{D}{2}\right)$
E) $\sin^2\left(\frac{D}{2}\right)$

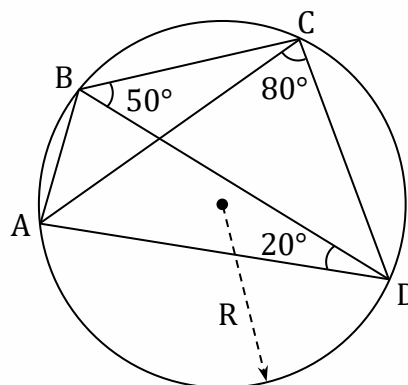
194. Los lados de un cuadrilátero ABCD circunscriptible, tienen por medida $AB = 12u$, $BC = 25u$ y $CD = 52u$, además el área de la región cuadrangular es $650u^2$. Calcule el valor de $\cos(A + C)$.

- A) $-\frac{11}{18}$ B) $-\frac{1}{2}$
C) $-\frac{7}{18}$ D) $-\frac{1}{3}$
E) $-\frac{1}{6}$

195. Los lados $AB = a$ y $AD = d$, de un cuadrilátero circunscriptible ABCD, tienen por medida 9 u y 15 u, además se cumple que $\cos(B) = -\frac{1}{6}$ y $\cos(D) = \frac{3}{5}$. calcule el valor de $b + c$.

- A) 8 B) 10 C) 12
D) 20 E) 22

196. De acuerdo a los mostrado en el gráfico, calcule el área de la región correspondiente al cuadrilátero ABCD en cm^2 ; si $R = 2\sqrt{2}\text{cm}$.



- A) $\cot(10^\circ)$ B) $2 \cot(10^\circ)$
C) $4 \cot(10^\circ)$ D) $8 \cot(10^\circ)$
E) $16 \cot(10^\circ)$

Cuadrilátero bicéntrico

197. Se tiene un cuadrilátero bicéntrico ABCD, de lados $AB = (x - 1) \text{ cm}$, $BC = (2x) \text{ cm}$, $CD = (3x + 1) \text{ cm}$ y $AD = (x + 3) \text{ cm}$, calcule el radio de la circunferencia inscrita al cuadrilátero bicéntrico ABCD (en cm).

- A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{7}$
D) $\sqrt{11}$ E) $\sqrt{13}$

198. Sea ABCD un cuadrilátero bicéntrico, de lados a, b, c y d . Determine el equivalente de la expresión $\tan^2\left(\frac{A}{2}\right) \cdot \tan^2\left(\frac{B}{2}\right)$.

- A) $\frac{c^2}{4a^2}$ B) $\frac{2c^2}{3a^2}$ C) $\frac{c^2}{a^2}$
D) $\frac{3c^2}{2a^2}$ E) $\frac{2c^2}{a^2}$

199. En un cuadrilátero bicéntrico ABCD, de lados $AB = a, BC = b, CD = c, AD = d$, determine el equivalente de $\tan\left(\frac{B}{2}\right)$.

- A) $\sqrt{\frac{ac}{bd}}$ B) $\sqrt{\frac{ad}{bc}}$ C) $\sqrt{\frac{cd}{ab}}$
D) $\sqrt{\frac{bc}{ad}}$ E) $\sqrt{\frac{ab}{cd}}$

200. Sea ABCD un cuadrilátero bicéntrico, de lados a, b, c, d . Determine el equivalente de la expresión $[ad + \cot^2(B)] \cot^2\left(\frac{C}{2}\right)$.

- A) ab B) $bc + a^2$
C) $bc + \frac{b^2}{d^2}$ D) $bd + \frac{b^2}{c^2}$
E) $ab + \frac{c^2}{d^2}$

201. En un cuadrilátero bicéntrico ABCD, de lados a, b, c y d , determine el equivalente de $\cot^2\left(\frac{C}{2}\right)$ en función de sus lados.

- A) $\frac{ad}{bc}$ B) $\frac{ab}{cd}$ C) $\frac{bc}{ad}$
D) $\frac{cd}{ab}$ E) $\frac{ac}{bd}$

202. En un cuadrilátero ABCD bicéntrico, sus diagonales forman un ángulo de medida θ , si sus lados son: $AB = a, BC = b, CD = c$ y $AD = d$; calcule el valor de k en la igualdad $\frac{ac}{bd} + \frac{bd}{ac} = 4\csc^2(\theta) + k$.

- A) -2 B) -1 C) 1
D) 2 E) 4

Lugar geométrico

203. Determine la ecuación del lugar geométrico de los puntos $P(x; y)$ que cumplen con la condición de que su distancia al eje Y es el doble que su distancia al punto $(2; -3)$.

- A) $3x^2 + 4y^2 - 16x + 24y + 52 = 0$
B) $3x^2 + 4y^2 + 16x + 24y + 52 = 0$
C) $3x^2 + 4y^2 + 16x - 24y + 52 = 0$
D) $4x^2 + 3y^2 - 16x - 24y - 52 = 0$
E) $4x^2 + 3y^2 + 16x - 24y - 52 = 0$

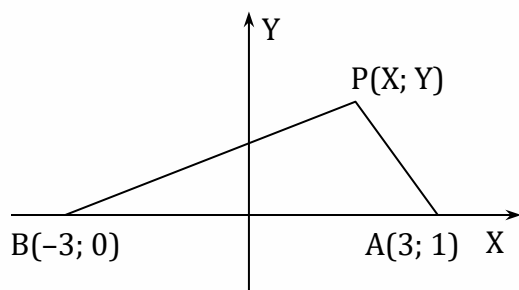
204. Determine el lugar geométrico de los puntos $P(x; y)$ que satisfacen, que su distancia al punto $(1; 1)$, sea la misma que la distancia a la recta $3x - 4y + 5 = 0$.

- A) $16x^2 + 9y^2 + 24xy - 80x + 10y + 25 = 0$
B) $16x^2 + 9y^2 + 24xy + 80x - 10y + 25 = 0$
C) $16x^2 + 9y^2 + 24xy - 80x - 10y + 25 = 0$
D) $9x^2 + 16y^2 + 24xy - 80x - 10y - 25 = 0$
E) $9x^2 + 16y^2 + 24xy + 80x + 10y - 25 = 0$

205. Determine la ecuación del lugar geométrico de los puntos $P(x; y)$ que equidistan de la recta $x = -1$; y del punto $(3; 1)$.

- A) $x^2 - 2x - 8y + 7 = 0$
 B) $y^2 - 2y - 8x + 9 = 0$
 C) $y^2 + 2y + 8x + 2 = 0$
 D) $x^2 - 2x - 8y - 9 = 0$
 E) $y^2 - 2y - 8x + 7 = 0$

- 206.** Determine la ecuación que describe el lugar geométrico del punto $P(x; y)$ que se mueve de manera que el producto de las pendientes de las rectas que contienen a los segmentos $\overline{BP}$ y $\overline{AP}$ es siempre igual a 4.



- A) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$ B) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$
 C) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$ D) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = 1$
 E) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$

- 207.** Determine el lugar geométrico de todos los puntos $P(x; y)$ tal que sus distancias a la recta $L_1: x - y + 1 = 0$ y a la recta $L_2: x + y + 1 = 0$, satisface que $\frac{d(P, L_1)}{d(P, L_2)} = \frac{2}{3}$.

$d(P, L) \rightarrow$ distancia del punto P a la recta L

- A) $5x^2 - 26xy + 5y^2 + 10x - 26y + 5 = 0$
 B) $3x^2 - 7xy + 2y^2 + 6x - 4y + 5 = 0$
 C) $5x^2 + 26xy + 5y^2 - 10x - y + 2 = 0$
 D) $3x^2 + 7xy + 2y^2 + 2x - y + 3 = 0$
 E) $5x^2 - 16xy + 5y^2 + 8x - 18y + 6 = 0$

- 208.** Un punto $P(x; y)$ se mueve de tal manera que la suma de sus distancias a los dos puntos fijos $F_1(-4; 0)$ y $F_2(4; 0)$ es siempre constante e igual a 10, entonces la ecuación del lugar geométrico es

- A) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$
 B) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$
 C) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{5} = 1$
 D) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
 E) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

- 209.** La base de un triángulo es de longitud fija, siendo sus extremos los puntos $(0; 0)$ y $(6; 0)$. determine la ecuación del lugar geométrico del vértice opuesto que se mueve de manera que el producto de las tangentes de los ángulos de las bases es siempre igual a 4.

- A) $4x^2 + y^2 + 12x = 0$
 B) $4x^2 + y^2 - 12x = 0$
 C) $x^2 + 4y^2 - 12x = 0$
 D) $4x^2 + y^2 - 24x = 0$
 E) $4x^2 + y^2 + 24x = 0$

Secciones cónicas

La circunferencia

- 210.** La ecuación $x^2 + y^2 - 8x + 10y + k = 0$, representa a una circunferencia de radio 4u. Calcule el valor de "k".

- A) 5 B) 10 C) 15
 D) 20 E) 25

211. Sea la circunferencia

C: $16x^2 + 16y^2 + 48x - 8y - 43 = 0$ y la recta L: $8x - 4y + 73 = 0$. Calcule la distancia del punto más cercano de la circunferencia a la recta (en u).

- A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $3\sqrt{5}$
D) $4\sqrt{5}$ E) $5\sqrt{5}$

212. Una circunferencia es tangente al eje X y a la recta $3x - 4y + 12 = 0$, y además su centro pertenece a la recta $x + y = 12$. Determine la ecuación general de la circunferencia.

- A) $x^2 + y^2 + 16x + 8y + 64 = 0$
B) $x^2 + y^2 - 16x - 8y + 64 = 0$
C) $2x^2 + 2y^2 + 8x - 16y + 63 = 0$
D) $x^2 + y^2 - 8x - 16y + 63 = 0$
E) $x^2 + y^2 - 16x + 8y + 64 = 0$

213. Dada la circunferencia

C: $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$

y el punto exterior A (7; 10). Determine la máxima distancia del punto A a la circunferencia.

- A) 5 B) 10 C) 15
D) 20 E) 25

214. Dada la ecuación de una circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ que se interseca con la recta $y = x - 2$ en los puntos A y B. Determine la ecuación general de la circunferencia que tiene por diámetro al segmento $\overline{AB}$.

- A) $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 8 = 0$
B) $x^2 + y^2 + 3x - 2y + 4 = 0$

- C) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 8 = 0$
D) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$
E) $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 8 = 0$

215. Una circunferencia tiene su centro en la intersección de la recta $y = x - 10$ con el eje X y además la circunferencia es tangente a la recta $y = x - 14$. Determine la ecuación ordinaria de la circunferencia.

- A) $x^2 + y^2 = 1$
B) $(x + 10)^2 + y^2 = 4$
C) $(x - 10)^2 + y^2 = 8$
D) $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 4$
E) $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 8$

216. Una circunferencia es tangente al eje de las abscisas en el punto (4; 0) y pasa por el punto (1; 1). Determine la ecuación general de la circunferencia.

- A) $x^2 + y^2 + 10x + 8y + 16 = 0$
B) $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 16 = 0$
C) $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 16 = 0$
D) $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 16 = 0$
E) $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 16 = 0$

217. Dada la ecuación de una circunferencia como $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 29 = 0$. Determine la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en el punto (-1; 4).

- A) $5x - 3y - 17 = 0$
B) $5x + 3y - 7 = 0$
C) $5x - 3y + 18 = 0$
D) $3x - 5y + 23 = 0$
E) $3x - 5y - 13 = 0$

218. Dada la ecuación de una circunferencia como $x^2 - 4x + y^2 = 0$. Determine la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en el punto P (2; 2).

- A) $x + y = 2$ B) $x - y = 2$
C) $x - 2 = 0$ D) $y - 2 = 0$
E) $x + 2 = 0$

219. Sea la ecuación de una circunferencia

C: $(x - 1)^2 + (y + 7)^2 = 25$, si se trazan las rectas tangentes a C desde el punto (7; 1), calcule la suma de las pendientes de las rectas tangentes.

- A) $\frac{96}{11}$ B) $\frac{97}{11}$ C) $\frac{98}{11}$
D) 9 E) $\frac{100}{11}$

220. Dada la ecuación de una circunferencia $x^2 + y^2 = 900$ determine la ecuación de las rectas tangentes trazadas del punto (50; 0) a la circunferencia.

- A) $y = \frac{3}{4}(x - 60)$
B) $y = \pm \frac{4}{3}(x - 55)$
C) $y = \pm \frac{3}{4}(x - 50)$
D) $y = \pm \frac{4}{3}(x - 50)$
E) $y = \pm \frac{3}{4}(x + 50)$

221. Dada la ecuación de la circunferencia $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 39 = 0$, determine la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en el punto (4; 5).

- A) $5x + 4y + 40 = 0$
B) $3x + 4y + 50 = 0$
C) $3x + 4y - 50 = 0$
D) $5x + 4y - 40 = 0$
E) $5x + 4y - 50 = 0$

222. Una circunferencia tiene su centro en el punto P(3; 1) y además es tangente a la recta $x + y + 3 = 0$. Determine la ecuación de la circunferencia.

- A) $2(x - 3)^2 + 2(y - 1)^2 = 25$
B) $2(x - 3)^2 + 2(y - 1)^2 = 49$
C) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 49$
D) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 25$
E) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 36$

La parábola

223. Dada la ecuación de la parábola P: $y^2 - 4y - 8x + 44 = 0$, calcule la suma de las coordenadas del foco de la parábola.

- A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

224. Una parábola tiene su foco en el punto (4; 1) y su recta directriz tiene por ecuación L: $x + y - 17 = 0$. Calcule la longitud del lado recto de la parábola.

- A) 10 B) 12 C) $10\sqrt{2}$
D) $12\sqrt{2}$ E) 16

225. Una parábola tiene su eje focal paralelo al eje X y pasa por los puntos A (0; 0), B (8; -4) y C (3; 1). Determine la ecuación general de la parábola.

- A) $y^2 + 2x - y = 0$
 B) $y^2 + x - y = 0$
 C) $y^2 - x + 2y = 0$
 D) $y^2 + x - 3y = 0$
 E) $y^2 + 2x + 2y = 0$

226. Si la ecuación $y^2 + ay + bx + c = 0$, corresponde a una parábola cuyo foco se ubica en la recta $L_1: x + 3y - 2 = 0$, y su vértice se ubica en la recta $L_2: 2x - 5y - 11 = 0$, si $b < 0$ y la recta directriz es $x = 1$.

Calcule el valor de $a + 3b + c$.

- A) 1 B) 2 C) -1
 D) 3 E) 4

227. Una parábola tiene por extremos del lado recto a los puntos $L(3; 3)$ y $R(7; 3)$. Además, se sabe que la parábola pasa por el punto $(9; 0)$. Determine la ecuación ordinaria de la parábola.

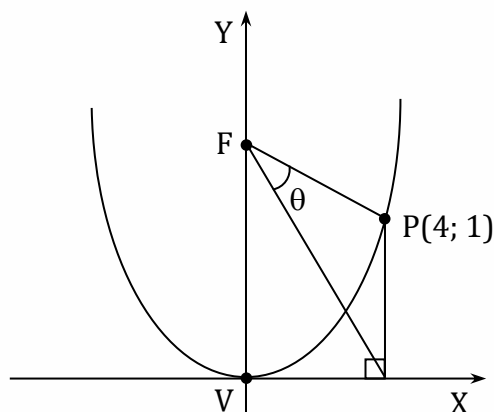
- A) $(x + 5)^2 = -4(y + 4)$
 B) $(x - 5)^2 = 4(y - 3)$
 C) $(x - 5)^2 = -4(y - 4)$
 D) $(x + 5)^2 = -4(y - 4)$
 E) $(x + 5)^2 = -4(y - 4)$

228. Dada la ecuación de la parábola $y^2 = 16x$ (con foco F y vértice V) y se cumple que $\frac{AF}{FB} = \frac{1}{2}$. Calcule la longitud de la cuerda focal $\overline{AB}$ en (u).

- A) 14 B) 16 C) 18
 D) 20 E) 24

229. En la gráfica se muestra una parábola de vértice V y foco F .

Calcule el valor de $\cot(3\theta)$.



- A) $\frac{161}{93}$ B) $\frac{161}{83}$ C) $\frac{161}{73}$
 D) $\frac{161}{63}$ E) $\frac{161}{53}$

230. Una parábola tiene su eje focal paralelo al eje X y además pasa por los puntos $(1; 2)$, $(5; 3)$ y $(11; 4)$. Determine la ecuación general de la parábola.

- A) $x^2 + x + y + 1 = 0$
 B) $y^2 + x + y + 1 = 0$
 C) $x^2 - x - y - 1 = 0$
 D) $y^2 - x - y - 1 = 0$
 E) $y^2 - x + y - 1 = 0$

231. Si la ecuación $x^2 + ax + by + c = 0$; $b > 0$, corresponde a una parábola cuyos extremos del lado recto son los puntos $R(7; -3)$ y $S(-1; -3)$. Calcule el valor de $a - b + c$.

- A) 1 B) 2 C) 3
 D) 4 E) 5

232. Por el extremo del lado recto de la parábola $y^2 = 8(x - 2)$, se traza la recta L, tangente a la parábola. Calcule el valor de la abscisa del punto de intersección de la recta L con el eje X.

- A) -2 B) -1 C) 0
D) $\frac{1}{2}$ E) 1

233. Una parábola tiene su eje focal paralelo al eje X y además pasa por los puntos $P\left(\frac{3}{2}; -1\right)$, $Q(0; 5)$ y $R(-6; -7)$.

Determine la ecuación ordinaria de la parábola.

- A) $(y - 1)^2 = -8(x - 2)$
B) $(y - 1)^2 = -8(x - 1)$
C) $(y - 1)^2 = 4(x - 1)$
D) $(y - 1)^2 = -4(x - 1)$
E) $(y - 2)^2 = -4(x - 2)$

234. Si la ecuación $y^2 + Ay + Bx + C = 0$, corresponde a una parábola con vértice en $(-1; 2)$ y que pasa por el punto $(-3; 6)$. Calcule el valor de $A - B + C$.

- A) 0 B) -2 C) 12
D) -12 E) 6

235. Se tiene una parábola con ecuación $y = x^2 + 2x + 25$, determine la ecuación de la recta tangente a la parábola que pasa por el origen de coordenadas y tiene pendiente positiva.

- A) $y = 8x$ B) $y = 4x$
C) $y = \frac{7}{2}x$ D) $y = 12x$

E) $y = 16x$

236. Se trazan las rectas tangentes a la parábola $y^2 = 8x$, en los extremos del lado recto. Calcule la medida del ángulo que forman las dos rectas tangentes a la parábola.

- A) 18° B) 30° C) 45°
D) 60° E) 90°

237. Dada la ecuación de la parábola $x^2 = 8y$, determine la ecuación general de la recta tangente a la parábola en el punto $(4; 2)$.

- A) $x + y - 2 = 0$ B) $-x + y + 2 = 0$
C) $x + y + 2 = 0$ D) $x + y + 2 = 0$
E) $x - y - 2 = 0$

238. Dada la ecuación general de una parábola $y^2 + 3x - 6y + 9 = 0$, determine la ecuación de la tangente de pendiente positiva trazada desde el punto $(1; 4)$ a la parábola.

- A) $x - 2y + 7 = 0$
B) $3x - 2y + 5 = 0$
C) $2x - y + 2 = 0$
D) $2x - 3y + 10 = 0$
E) $3x - y + 1 = 0$

239. Se desea construir la puerta de una iglesia de forma parabólica con eje vertical cuya base es de 8u. Calcule la altura (en m) de la puerta, si el foco debe encontrarse a 3 m de la base.

- A) 3,5 B) 3,75 C) 4
D) 4,15 E) 4,25

240. Se tiene una copa de cristal de 11 cm de altura, estando la base a 5 cm del recipiente; cuyo corte transversal es una parábola. Si el ancho de la copa es de $4\sqrt{6}$ cm; calcule a qué altura, respecto a la base de la copa, el ancho de la misma es de 4 cm.

- A) 1 cm B) 2 cm C) 6 cm
D) 7 cm E) 8 cm

241. Un comerciante después de tantos cálculos llega a la conclusión que las ganancias p sobre cierto artículo dependen del precio x , de acuerdo con la ecuación $p = 25 + 16x - 4x^2$. Calcule el precio para el cual el valor de la ganancia es máximo.

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2
D) $\frac{5}{2}$ E) 3

La elipse

242. Si el centro de una elipse es $C = (h; k)$ y su ecuación está dada por $2x^2 + 3y^2 - 8x - 6y + 5 = 0$; calcule el valor de $h + k$.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 9

243. Sea la ecuación general de una elipse

$$9y^2 + 4x^2 + 54y + 40x + 145 = 0,$$

calcule la distancia del centro de la elipse al origen de coordenadas.

- A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $\sqrt{22}$
D) $\sqrt{34}$ E) $5\sqrt{2}$

244. Dada la ecuación general de una elipse $4x^2 + y^2 + 8x - 4y - 4 = 0$. Determine las ecuaciones de las rectas directrices.

- A) $y = -4$; $y = 4$ B) $x = -2$; $x = 6$
C) $y = 0$; $y = 5$ D) $x = -1$; $x = 4$
E) $y = -2$; $y = 6$

245. Una elipse tiene sus focos en los puntos $(-4; 0)$ y $(4; 0)$ y la longitud de su eje menor es 6u. Determine la ecuación canónica de la elipse

- A) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ B) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$
C) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ D) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$
E) $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{5} = 1$

246. Una elipse tiene su centro en el origen y su eje mayor coincide con el eje X. Determine su ecuación canónica sabiendo que pasa por los puntos $P(\sqrt{6}; -1)$ y $Q(2; \sqrt{2})$.

- A) $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ B) $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{4} = 1$
C) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ D) $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$
E) $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$

247. Una elipse tiene un vértice $V(-1; -3)$ y su foco asociado $F(-1; 3)$, y además la longitud de su eje menor es $4\sqrt{3}$ u.

Determine la ecuación ordinaria de la elipse.

A) $\frac{(x-1)^2}{12} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$

B) $\frac{(x+1)^2}{12} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$

C) $\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{12} = 1$

D) $\frac{(x+1)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{12} = 1$

E) $\frac{(x+1)^2}{12} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$

248. Una elipse tiene como directriz la recta $x = -1$, uno de sus focos es el punto $F = (4; -3)$ y su excentricidad es $2/3$.

Determine la ecuación ordinaria de la elipse.

A) $\frac{(x-6)^2}{36} + \frac{(y+2)^2}{20} = 1$

B) $\frac{(x-8)^2}{20} + \frac{(y+6)^2}{36} = 1$

C) $\frac{(x-6)^2}{36} + \frac{(y+3)^2}{20} = 1$

D) $\frac{(x-10)^2}{16} + \frac{(y-4)^2}{25} = 1$

E) $\frac{(x+10)^2}{16} + \frac{(y+4)^2}{25} = 1$

249. Se tiene una elipse de ecuación $9x^2 + 25y^2 - 126x + 150y + 441 = 0$; y una recta pasa por el punto de mínima ordenada de la elipse y es perpendicular a la recta $y = x + 4$. Determine la ecuación general de dicha recta.

A) $x + y + 3 = 0$

B) $x + y + 2 = 0$

C) $x + y + 1 = 0$

D) $x + y - 1 = 0$

E) $x + y - 2 = 0$

250. Los focos de una elipse son los puntos $(2; 2)$ y $(2; 10)$ y uno de los extremos del eje menor está en la recta $y = 3x - 9$. Calcule la longitud del lado recto en (u).

A) 1,2

B) 2,4

C) 3,6

D) 4,8

E) 6

251. En la elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; el eje mayor es visto desde un extremo del eje menor bajo un ángulo de 120° .

Ahora desde dicho extremo del eje menor se observa el segmento que une los focos, bajo un cierto ángulo α . Calcule el valor de $\tan(\alpha)$.

A) $-4\sqrt{2}$

B) $-3\sqrt{2}$

C) $-2\sqrt{2}$

D) $-\sqrt{2}$

E) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

252. Dada la ecuación de una elipse $x^2 + 2y^2 = 8$, determine la ecuación de la recta tangente a la elipse en el punto $P(\sqrt{6}; -1)$.

A) $\sqrt{6}y + 2x = 6$

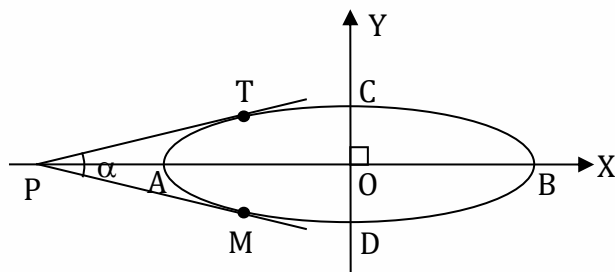
B) $\sqrt{6}x - 2y = 8$

C) $\sqrt{2}x - 3y = 2$

D) $\sqrt{6}x + 2y = 4$

E) $\sqrt{6}y - 2x = 4$

253. En la elipse mostrada, si se cumple que $AB = 2CD = 4$, $AP = AO$. T y M son puntos de tangencia. Calcule el valor de $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$.



- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
254. Un viejo puente tiene una forma semi elíptica, siendo su ancho de 10 m y su altura de 4 m. Calcule el valor del ancho del puente (en m) a una altura de 1 m.
- A) 4,66 B) 5,44 C) 8,66
D) 8,72 E) 9,68
255. En una elipse, el área de la región triangular formada por uno de los extremos del lado recto y los focos es $4u^2$, y el área de la región triangular formada por uno de los extremos del eje menor y los focos es $5u^2$. Calcule el valor de la excentricidad de la elipse.

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{3}{4}$
D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

La hipérbola

256. Determine las coordenadas del centro de una hipérbola cuya ecuación es $x^2 - 4y^2 - 14x + 24y + 9 = 0$.
- A) (-3; 7) B) (-3; -7) C) (3; 7)
D) (3; -7) E) (7; 3)
257. Los focos de una hipérbola de excentricidad $4/3$, coinciden con los focos de una elipse de ecuación $25x^2 + 9y^2 = 225$. Determine la ecuación de la hipérbola.
- A) $6y^2 - 7x^2 = 42$ B) $7y^2 - 9x^2 = 63$
C) $8y^2 - 5x^2 = 40$ D) $9y^2 - 6x^2 = 54$
E) $4y^2 - 9x^2 = 36$
258. La ecuación de una hipérbola es $x^2 - 4y^2 - 14x + 24y + 9 = 0$. Determine las coordenadas del centro de la hipérbola.
- A) (-3; 7) B) (-3; -7) C) (3; 7)
D) (3; -7) E) (7; 3)
259. La ecuación de una cónica es $2x^2 - y^2 - 20x + 14y - 1 = 0$. Determine la ecuación de la recta que pasa por el punto (2; 3) y por el centro de la cónica.
- A) $3x - 4y + 1 = 0$
B) $4x - 3y + 1 = 0$
C) $3x - 4y + 2 = 0$
D) $4x - 3y + 2 = 0$
E) $4x - 3y - 1 = 0$

260. Se tiene una hipérbola con centro en el origen, focos sobre el eje de las abscisas, distancia entre las rectas directrices igual a 4 y que pasa por el punto A (4; 3). Determine la ecuación de la hipérbola.

- A) $5x^2 - 3y^2 = 53$ B) $4x^2 - 3y^2 = 27$
C) $3x^2 - 2y^2 = 30$ D) $2x^2 - y^2 = 23$
E) $3x^2 - y^2 = 39$

261. La longitud del eje transversal de una hipérbola es x y la longitud de su lado recto es y , determine la longitud del eje conjugado de la hipérbola.

- A) $\sqrt{\frac{x}{y}}$ B) $\sqrt{x^2 - y^2}$
C) $\sqrt{xy}$ D) $\sqrt{y^2 - x^2}$
E) $\sqrt{\frac{y}{x}}$

262. La excentricidad de una hipérbola es 2 y su eje focal es paralelo al eje X, calcule la pendiente positiva de una de las rectas asíntotas.

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$
D) 2 E) $\sqrt{6}$

263. La ecuación de una hipérbola es $9y^2 - 4x^2 = 36$. Calcule el coseno del ángulo que forman las rectas asíntotas de la hipérbola.

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{12}{13}$
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{13}$

264. Dada la ecuación de la hipérbola como

$$9x^2 - 4y^2 - 72x + 8y + 176 = 0$$

Calcule el área del cuadrilátero cuyos vértices son los focos de la hipérbola y los puntos de intersección de las asíntotas con el eje X.

- A) $\frac{2\sqrt{13}}{5}$ B) $\frac{3\sqrt{13}}{4}$
C) $\frac{5\sqrt{13}}{3}$ D) $\frac{4\sqrt{13}}{3}$
E) $\frac{3\sqrt{13}}{5}$

265. Se tiene una hipérbola con centro en C (-2; 1), eje focal paralelo al eje de las abscisas y que pasa por los puntos (0; 2) y (-5; 6). Determine la ecuación general de la hipérbola.

- A) $24x^2 - 5y^2 - 96x + 10y = 0$
B) $24x^2 - 5y^2 - 96x - 10y = 0$
C) $24x^2 - 5y^2 + 96x + 10y = 0$
D) $24x^2 - 5y^2 + 96x - 10y = 0$
E) $24x^2 + 5y^2 + 96x + 20y = 0$

266. Una hipérbola pasa por el punto P (-11; 8) y tiene como asíntotas las rectas $L_1: 2x - y - 6 = 0$ y $L_2: 2x + y - 2 = 0$. Determine la ecuación de la hipérbola horizontal.

- A) $4(x - 2)^2 - (y + 2)^2 = 576$
B) $4(y + 2)^2 - (x - 2)^2 = 576$
C) $2(x + 2)^2 - (y - 1)^2 = 216$
D) $2(y + 1)^2 - (x - 2)^2 = 676$
E) $3(x - 2)^2 - 4(y + 2)^2 = 576$

267. Una hipérbola tiene su eje conjugado paralelo al eje X, uno de sus vértices es $V = (7; 10)$, uno de sus focos es $F = (7; 12)$ y su excentricidad es $e = \frac{5}{3}$. Determine la ecuación ordinaria de la hipérbola.

- A) $\frac{(x-7)^2}{16} - \frac{(y-7)^2}{9} = 1$
 B) $\frac{(y-7)^2}{25} - \frac{(x-7)^2}{16} = 1$
 C) $\frac{(y-7)^2}{9} - \frac{(x-7)^2}{16} = 1$
 D) $\frac{(x-10)^2}{16} - \frac{(y-4)^2}{9} = 1$
 E) $\frac{(y-7)^2}{10} - \frac{(y-7)^2}{25} = 1$

268. Dada la ecuación de la hipérbola

$3x^2 - y^2 - 12x + 2y = 0$ determine la ecuación de la recta tangente a la hipérbola en el punto $P(4, 2)$.

- A) $6x - y - 2 = 0$ B) $6x - y - 10 = 0$
 C) $6x - y - 12 = 0$ D) $6x - y - 20 = 0$
 E) $6x - y - 22 = 0$

269. Dada la ecuación de la hipérbola $4x^2 - 9y^2 = 36$, calcule los valores de m para los cuales la familia de las rectas tangentes a la hipérbola es de la forma $y = mx - 1$.

- A) $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\pm \frac{\sqrt{5}}{3}$ C) $\pm \frac{\sqrt{7}}{3}$
 D) $\pm \frac{\sqrt{11}}{3}$ E) $\pm \frac{\sqrt{13}}{3}$

Transformación de coordenadas

Traslación de ejes

270. Por una traslación de ejes, se eliminan los términos lineales de la ecuación $xy + 3x + 2y = 0$. Determine la nueva ecuación.

- A) $x'y' = 1$ B) $x'y' = 2$
 C) $x'y' = 4$ D) $x'y' = 6$
 E) $x'y' = 8$

271. Mediante una traslación de ejes al nuevo origen de coordenadas (h, k) , la ecuación dada por $2xy - 4x + y - 5 = 0$ se transforma en $x'y' = m$.

Calcule el valor de $h + k + m$.

- A) 1 B) 2 C) 3
 D) 4 E) 5

272. La ecuación de una cónica está dada por $6x^2 - 5y^2 - 24x - 20y = 7$, y mediante una traslación de ejes, se transforma en la ecuación $A(x')^2 + B(y')^2 = 1$. Calcule el valor de $A - B$.

- A) 0.5 B) 1.0 C) 1.5
 D) 2.0 E) 2.5

273. La ecuación de una cónica es

$3x^2 + 2y^2 + 12x + 4y + 8 = 0$ y mediante una traslación de ejes, se transforma en $\frac{(x')^2}{a^2} + \frac{(y')^2}{b^2} = 1$. Calcule el valor de $a^2 + b^2$.

- A) 2 B) 3 C) 4
 D) 5 E) 6

274. Para transformar la ecuación dada por $9x^2 - 4y^2 + 18x + 16y + 29 = 0$ mediante una traslación de ejes, que punto del plano cartesiano se debe seleccionar como nuevo origen para que la ecuación no contenga términos lineales.

- A) (1; 2) B) (-1; -2) C) (-1; 2)
D) (-1; 1) E) (-2; 1)

275. Por una traslación de ejes la ecuación $y^2 - 4x - 6y + 17 = 0$ se transforma en $(y')^2 = 4px'$, Calcule el valor de p.

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2
D) 4 E) 5

276. La ecuación dada por $4x^2 - 20x - 24y + 97 = 0$ mediante una traslación de ejes, al nuevo origen de coordenadas (h; k), se transforma en $(x')^2 = ny'$. Calcule el valor de $h + k + n$.

- A) $\frac{15}{2}$ B) $\frac{31}{3}$ C) $\frac{23}{2}$
D) $\frac{20}{7}$ E) $\frac{19}{2}$

277. Si el punto A (1; 5) se transforma en A'(-3; 2) después de una traslación de ejes, cuáles son las coordenadas del punto B (7; -1) en el nuevo sistema.

- A) (3; 2) B) (-3; 2) C) (3; -4)
D) (-2; 3) E) (5; 3)

278. Después de una traslación de ejes, elimine los términos lineales de la ecuación $3x^2 + 4y^2 - 6x + 16y + 7 = 0$ e indique cuál es la forma canónica de la ecuación transformada.

A) $\frac{(x')^2}{3} + \frac{(y')^2}{4} = 1$

B) $\frac{(x')^2}{4} + \frac{(y')^2}{3} = 1$

C) $\frac{(x')^2}{2} + \frac{(y')^2}{6} = 1$

D) $\frac{(x')^2}{6} + \frac{(y')^2}{2} = 1$

E) $\frac{(x')^2}{2} + \frac{(y')^2}{3} = 1$

Rotación de ejes

279. Después de una rotación de los ejes coordenados en un ángulo de 127° , determine las nuevas coordenadas del punto P (5; 5).

- A) (1; -3) B) (1; -4) C) (1; -5)
D) (1; -6) E) (1; -7)

280. Cuando los ejes coordenados giran un ángulo de medida igual a 45° , determine las nuevas coordenadas del punto P ($2\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$).

- A) (1; -2) B) (1; -3) C) (2; -2)
D) (2; -3) E) (2; -4)

281. En el sistema X'OY', las coordenadas finales de un punto P es (2; 1) después de una rotación de ejes coordenados de 120° . Determine las coordenadas iniciales de dicho punto en el sistema XOY.

A) $\left(-1 - \frac{\sqrt{3}}{2}; \sqrt{3} - \frac{1}{2}\right)$

B) $(-1; \sqrt{3})$

C) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$

D) $\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right)$

E) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

282. Si al efectuar una rotación de ejes coordenados según un ángulo de medida θ , la pendiente de la recta $y = \sqrt{3}x$, en el nuevo sistema es $m' = 1$. Calcule el valor de θ .

- A) 15° B) 20° C) 45°
D) 60° E) 75°

283. Sea la recta L: $3x + 2y - 18 = 0$

Al rotar los ejes un ángulo de medida θ ($0 < \theta < \pi$), se obtiene la ecuación $y' = n$.

Calcule $n(\cos(\theta) - \sin(\theta))$.

- A) $\frac{80}{13}$ B) $\frac{90}{13}$ C) $-\frac{40}{13}$
D) $-\frac{80}{13}$ E) $\frac{85}{13}$

284. Sea L: $\sqrt{3}y - x = 1$ la ecuación de la recta en el sistema XY, si los ejes son rotados un ángulo de medida 30° , calcule la nueva ecuación de la recta.

- A) $y' = \frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $y' = \frac{1}{2}$
C) $x' = 2$ D) $y' = 2\sqrt{2}$
E) $x' = \sqrt{2}$

285. Se tiene el siguiente esquema

$$\begin{array}{ccc} \text{Sistema} & \text{Rotación} & \text{Sistema} \\ \text{inicial XY} & \text{de ejes} & \text{final X'Y'} \\ (-5; 5) & \xrightarrow{\theta = 53^\circ} & (x'; y') \end{array}$$

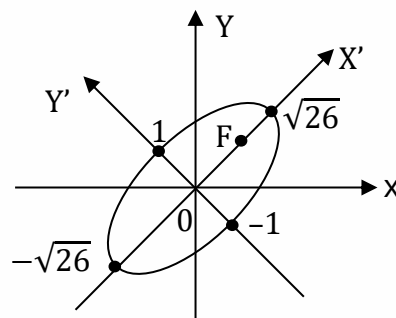
Calcule el valor de $x' + 2y'$.

- A) 16 B) 4 C) 2
D) 6 E) 15

286. Se tiene la siguiente ecuación $y + \sqrt{3}x = 2$ y luego se hace una rotación de ejes para eliminar el término y' . Determine la ecuación de la recta en el sistema $X'Y'$.

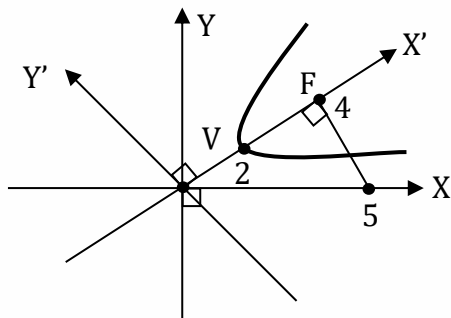
- A) $x' = \frac{1}{2}$ B) $x' = 3$
C) $x' = \sqrt{3}$ D) $x' = 2$
E) $x' = 1$

287. La gráfica mostrada corresponde a una elipse en el sistema $X'Y'$. Se pide determinar la ecuación de dicha gráfica en el sistema XY, si en dicho sistema el foco $F = (3, 4)$.



- A) $17x^2 + 48xy - 5y^2 = 16$
B) $17x^2 - 24xy + 10y^2 = 26$
C) $15x^2 - 32xy - 8y^2 = 6$
D) $15x^2 + 24xy + 4y^2 = 8$
E) $17x^2 - 15xy - 6y^2 = 20$

288. De la gráfica mostrada, se pide determinar la ecuación de la parábola, con respecto al sistema coordenado XY.



- A) $16x^2 + 9y^2 - 12xy - 80x - 60y = 200$
- B) $9x^2 + 16y^2 - 24xy - 60x - 80y = -200$
- C) $16x^2 + 9y^2 - 12xy - 120x - 160y = 400$
- D) $9x^2 + 16y^2 - 24xy - 160x - 120y = -400$
- E) $16x^2 + 9y^2 - 24xy - 160x - 120y = 400$

La ecuación de segundo grado

289. Mediante una rotación de ejes la ecuación: $5x^2 + 4xy + 2y^2 = 6$, se transforma en

- A) $2x'^2 + y'^2 = 6$
- B) $3x'^2 + y'^2 = 6$
- C) $4x'^2 + y'^2 = 6$
- D) $5x'^2 + y'^2 = 6$
- E) $6x'^2 + y'^2 = 6$

290. Dada la ecuación de una cónica como $41x^2 - 24xy + 34y^2 - 25 = 0$, calcule su excentricidad.

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{1}{2}$
- C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- E) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

291. Dada la ecuación general como

$16x^2 - 24xy + 9y^2 - 85x - 30y + 175 = 0$, mediante una rotación de los ejes coordenados con un ángulo apropiado y luego una traslación de los mismos, se obtiene $(y'')^2 = kx''$. Calcule el valor de k.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

292. Dada la ecuación de una cónica como $8x^2 - 12xy + 13y^2 = 68$, calcule la distancia entre los focos.

- A) $2\sqrt{11}$
- B) $4\sqrt{5}$
- C) $4\sqrt{7}$
- D) $2\sqrt{17}$
- E) $2\sqrt{13}$

293. Dada la ecuación de una cónica como $2x^2 - \sqrt{3}xy + y^2 = 10$, determine el lado recto de la cónica.

- A) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- B) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
- C) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$
- D) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$
- E) $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

294. Mediante una rotación de ejes coordenados con un ángulo agudo, la ecuación $5x^2 + 6xy + 5y^2 - 8 = 0$ se transforma en $Ax'^2 + By'^2 = 8$. Calcule el valor de A - B.

- A) 5
- B) 6
- C) 7
- D) 8
- E) 9

295. Determine las nuevas coordenadas del punto (4; 5), si los ejes coordenados han sido trasladados al nuevo origen (1; 1) y luego son rotados un ángulo de 45° .

- A) $\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ B) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{7\sqrt{2}}{2}\right)$
 C) $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ D) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$
 E) $\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}; \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$

296. Dada la ecuación general de una cónica como $26x^2 - 20\sqrt{3}xy + 6y^2 + 12(1 + 3\sqrt{3})x + 12(\sqrt{3} - 3)y - 36 = 0$, determine la ecuación canónica.

- A) $\frac{x''^2}{1} - \frac{y''^2}{6} = 1$ B) $\frac{x''^2}{2} - \frac{y''^2}{6} = 1$
 C) $\frac{y''^2}{1} - \frac{x''^2}{6} = 1$ D) $\frac{y''^2}{1} - \frac{x''^2}{4} = 1$
 E) $\frac{y''^2}{1} - \frac{x''^2}{9} = 1$

297. Indique a qué tipo de cónica corresponde la ecuación cuadrática

$$8x^2 - 4xy + 5y^2 + 20 = 0$$

- A) Elipse
 B) Hipérbola
 C) Dos rectas concurrentes
 D) Dos rectas paralelas
 E) Un conjunto vacío

298. La siguiente ecuación cuadrática $x^2 + 4xy + 4y^2 - 25 = 0$, representa a

- A) Una parábola
 B) Una recta
 C) Dos rectas paralelas
 D) Un punto
 E) Dos rectas que se intersectan

299. A qué tipo de cónica representa la ecuación de 2do grado

$$144x^2 - 120xy + 25y^2 - 96x + 40y - 20 = 0$$

- A) Una parábola
 B) Dos rectas paralelas
 C) Una elipse
 D) Una recta
 E) Dos rectas que se cortan

300. Mediante una rotación y traslación de los ejes coordenados la ecuación cuadrática

$$4x^2 - 24xy + 11y^2 + 56x - 58y + 95 = 0$$

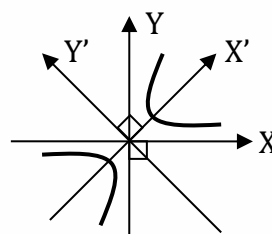
se transforma en $A(x'')^2 + B(y'')^2 = C$

Calcule el valor de $\frac{A+C}{B}$.

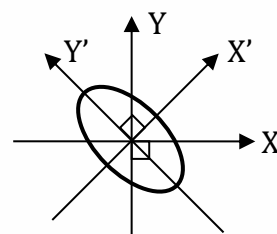
- A) $-\frac{9}{4}$ B) $-\frac{7}{4}$ C) $-\frac{5}{4}$
 D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\frac{1}{4}$

301. A qué gráfica corresponde la siguiente ecuación

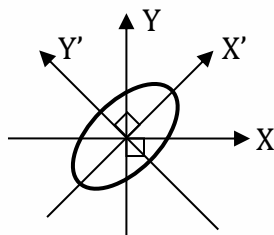
$$3x^2 - 2\sqrt{3}xy + y^2 + 2x + 2\sqrt{3}y = 0$$



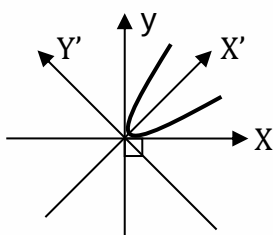
A)



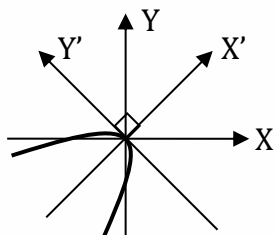
B)



C)



D)



E)

302. A qué tipo de cónica le corresponde la ecuación cuadrática

$$4x^2 - 4xy + y^2 - 6x + 3y + 2 = 0$$

- A) Hipérbola
- B) Parábola
- C) Elipse
- D) Dos rectas paralelas
- E) Dos rectas perpendiculares

Coordenadas polares

303. El punto $P(4; 120^\circ)$ en coordenadas polares, se escribe en coordenadas rectangulares como.

- A) $(2; \sqrt{3})$
- B) $(-2; \sqrt{3})$
- C) $(-2; 2\sqrt{3})$
- D) $(-2; -2\sqrt{3})$
- E) $(4; \sqrt{3})$

304. Dado los puntos en coordenadas polares, señale verdadero (V) o falso (F) según corresponda a su equivalente en coordenadas rectangulares.

I. $(6; 150^\circ) <> (3; -3\sqrt{3})$

II. $\left(2; \frac{\pi}{3}\right) <> (2; \sqrt{3})$

III. $\left(-1; \frac{7\pi}{6}\right) <> \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$

- A) FFV
- B) FVV
- C) VFV
- D) FFF
- E) VVV

305. Dados los puntos en coordenadas polares como $P_1(4; 10^\circ)$ y $P_2(5; 70^\circ)$, calcule la distancia entre dichos puntos en (u).

- A) $\sqrt{11}$
- B) $\sqrt{13}$
- C) $\sqrt{17}$
- D) $\sqrt{21}$
- E) $\sqrt{29}$

306. Determine la ecuación polar de $x^3 + y^3 - 3axy = 0$.

A) $r = \frac{3a \sin(2\theta)}{2[\sin^3(\theta) + \cos^3(\theta)]}$

B) $r = \frac{3a \sin(\theta)}{2[\sin^3(\theta) + \cos^3(\theta)]}$

C) $r = \frac{3a \sin(2\theta)}{\sin^3(\theta) + \cos^3(\theta)}$

D) $r = \frac{3a \sin(\theta) \cos(\theta)}{\sin^3(\theta) + \cos^3(\theta)}$

E) $r = \frac{\sin^3(\theta) + \cos^3(\theta)}{2a \sin(2\theta)}$

307. Determine la ecuación polar de $3x + 4y + 1 = 0$.

- A) $r = \frac{1}{3\cos(\theta) + 4\sin(\theta)}$
 B) $r = \frac{1}{\sin(2\theta)}$
 C) $r = \frac{1}{3\cos(\theta) - 4\sin(\theta)}$
 D) $r = \frac{-1}{3\cos(\theta) + 4\sin(\theta)}$
 E) $r = \frac{1}{3\sin(\theta) - 4\cos(\theta)}$

308. Exprese en coordenadas polares la ecuación

$$3x^2y - 3xy^2 + x^3 - y^3 = (x^2 + y^2)^2$$

- A) $\sin(3\theta) + \cos(3\theta) = r$
 B) $\sin(3\theta) + \cos(3\theta) = \frac{r}{2}$
 C) $\sin(3\theta) - \cos(3\theta) = r$
 D) $\sin(3\theta) - \cos(3\theta) = \frac{r}{2}$
 E) $2(\sin(2\theta) - \cos(2\theta)) = r$

309. Exprese en la forma polar la ecuación de la recta $y = -x + 4$.

- A) $r = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$ B) $r = \frac{\sqrt{2}}{\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)}$
 C) $r = \frac{2\sqrt{2}}{\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)}$ D) $r = \frac{2}{\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)}$
 E) $r = \frac{\pi}{4}$

310. Determine la ecuación cartesiana de $r = \frac{6}{2 - 3\sin(\theta)}$.

- A) $4x^2 + 5y^2 + 36y - 36 = 0$
 B) $4x^2 + 5y^2 + 36y + 36 = 0$
 C) $4x^2 - 5y^2 - 36y - 36 = 0$
 D) $4x^2 + 5y^2 - 36y - 36 = 0$
 E) $4x^2 - 5y^2 + 36y - 36 = 0$

311. Determine la ecuación cartesiana de $r^2 = 4 \sin(2\theta)$.

- A) $x^2 + y^2 = 8xy$
 B) $(x^2 + y^2)^2 = 4xy$
 C) $(x^2 + y^2)^2 = 8xy$
 D) $(x^2 + y^2)^2 = 2xy$
 E) $x^4 + y^4 = x^2y^2$

312. Determine la ecuación rectangular de la siguiente ecuación polar $r = \frac{3}{1 - 6\sin(\theta)}$.

- A) $x^2 + 34y^2 - 33y - 9 = 0$
 B) $x^2 - 35y^2 + 33y + 9 = 0$
 C) $x^2 - 35y^2 - 36y - 9 = 0$
 D) $x^2 - 5y^2 = 0$
 E) $x^2 - 34y^2 + 33y - 9 = 0$

313. Exprese la siguiente ecuación en coordenadas rectangulares

$$r^2 - 2\sqrt{2}r \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) - 7 = 0$$

- A) $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 7 = 0$
 B) $x^2 + y^2 + x + y - 7 = 0$
 C) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$

- D) $x^2 + y^2 + x - 2y - 7 = 0$
E) $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 7 = 0$

314. Dada la ecuación de una cónica en coordenadas polares como $r = \frac{8}{a - b \cos(\theta)}$, indicar verdadero (V) o falso (F).

- I. Si $a > b > 0$ la ecuación es de una elipse.
II. Si $a = b > 0$ la ecuación es de una parábola.
III. Si $ab = 1$ la ecuación es de una hipérbola.

- A) VVV B) VVF C) VFV
D) FVV E) VFF

315. En coordenadas polares, señale verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- I. Un punto en coordenadas polares está representado por $(\theta; r)$.
II. A la recta fija se le denomina radio vector.
III. Si la excentricidad de la cónica es igual a la unidad, es que se trata de una parábola.

- A) VFV B) FFF C) FFV
D) VVF E) VVV

Números complejos

316. El número complejo $z = (5 + 2xi)^n$ es un número complejo imaginario puro. Calcule el valor de x .

- A) $\frac{2\pi}{n}$ B) $\frac{5\pi}{n}$

C) $\frac{5}{2} \tan \left[(2k + 1) \frac{\pi}{2n} \right], k \in \mathbb{Z}$

D) $\frac{5}{2} \cot \left[(2k + 1) \frac{\pi}{2n} \right], k \in \mathbb{Z}$

E) $\sqrt[n]{\frac{5}{2}}$

317. Sea el número complejo $W = \frac{-8}{e^{i8x} - 1}$, calcule la expresión equivalente a $\frac{1}{4} \text{Im}(W)$.

- A) $\tan(2x)$ B) $\tan(4x)$
C) $\cot(2x)$ D) $\cot(4x)$
E) 1

318. Si: $\theta \in \left\langle -2\pi; -\frac{3\pi}{2} \right\rangle$ calcule el módulo del número complejo

$$Z = \frac{1 - \cos(2\theta) + i \sin(2\theta)}{\sin(\theta) - i \cos(\theta)}$$

- A) $2 \sin(\theta)$ B) $-2 \sin(\theta)$
C) $2 \sin(2\theta)$ D) $-2 \sin(2\theta)$
E) $2 \cos(\theta)$

319. Sean z_1 y z_2 las raíces de la ecuación $z^2 - 2z + 2 = 0$, determine la expresión equivalente de $z_1^n + z_2^n$.

- A) $2 \cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$ B) $2^n \cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$
C) $\sqrt[n]{2} \cos\left(\frac{\pi}{4n}\right)$ D) $2\sqrt{2^n} \cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$
E) -2

320. Determine una solución, al resolver la siguiente ecuación $x^3 = i$.

- A) $\cos(60^\circ) + i \sin(60^\circ)$
- B) $\cos(135^\circ) + i \sin(135^\circ)$
- C) $\cos(150^\circ) + i \sin(150^\circ)$
- D) $\cos(210^\circ) - i \sin(210^\circ)$
- E) $\cos(240^\circ) + i \sin(240^\circ)$

321. Sea z un número complejo, definido por

$$z = \left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{4} \right)^8, \text{ calcule el módulo de } z.$$

- A) 2^{-6} B) 2^{-7} C) 2^{-8}
- D) 2^{-9} E) 2^{-10}

322. Sea el número complejo $z = \frac{\sqrt{3} + i}{\sqrt{3}i + 1}$

calcule el valor de $\cos \left[\arg \left(\frac{i}{z} \right) \right]$.

- A) $\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 1
- D) 0 E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

323. Sea Z el número complejo, definido por

$$Z = \frac{-i}{e^{-i2x} - 1}, \text{ calcule el equivalente de } \frac{\operatorname{Re}(iz)}{\operatorname{Im}(-z)}.$$

- A) $\tan(x)$ B) $-\tan(x)$
- C) $-\cot(x)$ D) 1
- E) -1

324. Sea z el número complejo, definido por $Z = \frac{1}{e^{ix} - 1}$; $x \in \langle -2\pi; 0 \rangle$, calcule el módulo del número complejo Z .

- A) $\frac{1}{2} \csc \left(\frac{x}{2} \right)$ B) $-\frac{1}{2} \sec \left(\frac{x}{2} \right)$
- C) $\frac{1}{2} \sin \left(\frac{x}{2} \right)$ D) $-\frac{1}{2} \csc \left(\frac{x}{2} \right)$
- E) $-\frac{1}{2} \tan \left(\frac{x}{2} \right)$

325. Sea Z el número complejo, definido por

$$Z = \frac{1 + e^{i2\theta} + e^{i4\theta} + \dots + e^{i10\theta}}{1 + e^{i\theta} + e^{i2\theta} + \dots + e^{i5\theta}}$$

Calcule el valor de $\operatorname{Re}(Z) / \operatorname{Im}(Z)$.

- A) $\cot \left(\frac{\theta}{2} \right)$ B) $\cot \left(\frac{5\theta}{2} \right)$
- C) $\tan \left(\frac{5\theta}{2} \right)$ D) $\cot \left(\frac{7\theta}{2} \right)$
- E) $\tan \left(\frac{7\theta}{2} \right)$

326. Simplifique la siguiente expresión

$$\frac{(1 + \cos(\theta) + i \sin(\theta))^8}{\cos(4\theta) + i \sin(4\theta)}.$$

- A) $256 \cos^8(\theta)$ B) $256 \cos^4(\theta)$
- C) $256 \cos^8 \left(\frac{\theta}{2} \right)$ D) $2 \cos^4 \left(\frac{\theta}{2} \right)$
- E) $16 \cos^7 \left(\frac{\theta}{2} \right)$

327. Sea Z el número complejo, definido por

$$Z = \left(\frac{e^{inx} - 1}{e^{ix} - 1} \right) e^{i \frac{x}{2}}, \text{ determine la parte real de } Z.$$

A) $0,5\text{sen}(nx)\csc\left(\frac{x}{2}\right)$

B) $\text{sen}(nx)\csc\left(\frac{x}{2}\right)$

C) $2\text{sen}(nx)\csc\left(\frac{x}{2}\right)$

D) $2\cos(nx)\csc\left(\frac{x}{2}\right)$

E) $2\text{sen}(nx)\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$

328. Si se cumple que $\left|\frac{Z+1}{Z+2}\right|=2$, tal que $Z = x + iy$, determine la ecuación del lugar geométrico de los afijos de Z .

A) $x^2 + y^2 = 4$

B) $x^2 + y^2 = \frac{4}{3}$

C) $x^2 + y^2 = \frac{4}{9}$

D) $\left(x + \frac{7}{3}\right)^2 + y^2 = \frac{4}{9}$

E) $x^2 + \left(y + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

329. Calcule el valor de
$$\frac{(\text{sen}59^\circ + i \cos 59^\circ)^3 \cdot (\cos 10^\circ + i \text{sen}10^\circ)^6}{(\cos 11^\circ + i \text{sen}11^\circ)^3}$$

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

B) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

C) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

E) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

330. Calcule el valor de

$$\left[\frac{1 + \cos(2\theta) + i \text{sen}(2\theta)}{1 - \cos(2\theta) - i \text{sen}(2\theta)}\right]^2$$

A) $\tan^2(\theta)$

B) $-\tan^2(\theta)$

C) $\cot^2(\theta)$

D) $-\cot^2(\theta)$

E) $\csc^2(\theta)$

331. Calcule el valor de

$3i \cdot (\text{sen}(i \ln(3)))$ si $i = \sqrt{-1}$

A) -5

B) -4

C) 4

D) 5

E) $-i$

332. Calcule el valor de $\cot(i \ln 2)$

A) $-\frac{1}{3}i$

B) $-\frac{2}{3}i$

C) $-\frac{4}{3}i$

D) $-\frac{5}{3}i$

E) $-\frac{7}{3}i$

333. Simplifique la expresión
$$\frac{\text{Ln}\left(\frac{1 + i \tan(z)}{1 - i \tan(z)}\right)}{iz}$$

A) $\frac{1}{2}$

B) 1

C) $\sqrt{2}$

D) 2

E) 4

334. Calcule el valor de n si

$$\left(\frac{1 + i \tan(\alpha)}{1 - i \tan(\alpha)}\right)^{200} = \cos(4n\alpha) + i \text{sen}(4n\alpha)$$

A) 40

B) 50

C) 60

D) 100

E) 200